ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 20 JANVIER 1947.

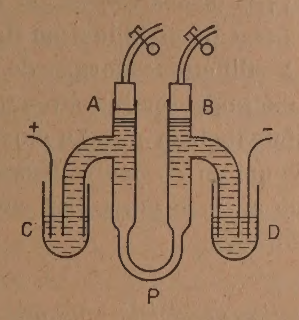
PRÉSIDENCE DE M. LOUIS BLARINGHEM.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

ÉLECTROCHIMIE. — *Mise en solution des sels peu solubles par électrolyse.* Note ([1]) de M. **Pierre Jolibois.**

Dans une Note précédente ([2]) j'ai montré que l'électrolyse fournissait une méthode pour séparer quantitativement les bases et les acides des sels dans certaines circonstances qui ont été précisées. On peut appliquer la même méthode aux électrolytes très dilués qui prennent naissance lorsqu'on met en présence d'eau pure des sels peu solubles.



L'appareil employé est formé d'un tube en U dont le diamètre est plus étroit à la partie inférieure en P. C'est dans cet endroit que l'on place le sel à dissoudre. Au début de l'expérience on remplit l'appareil d'eau pure par aspiration en A et B. Les branches latérales au tube en U, AC et BD amènent les acides et les bases respectivement dans les vases C et D où sont placés des fils de platine qui font circuler dans l'appareil un courant continu sous haute tension.

([1]) Séance du 23 décembre 1946.

([2]) *Comptes rendus*, 224, 1947, p. 78.

Grâce à ce dispositif, la solution saturée qui se forme en P est extraite d'une façon continuelle et concentrée en C et D sous forme d'oxyde basique et d'oxyde acide. L'opération est donc équivalente non seulement à un lavage avec une grande quantité d'eau, mais encore à une séparation de l'électrolyte dissous en ses éléments acides et basiques.

J'ai employé cet appareil à résoudre facilement certains problèmes analytiques. En quelques heures du picrate de potassium est ainsi transformé en acide picrique et en potasse que l'on retrouve respectivement dans les vases C et D.

Des composés extrêmement peu solubles comme le phosphate bicalcique anhydre, les métaphosphates de potassium, le carbonate de calcium passent de cette manière en solution en mettant en jeu une quantité d'eau de l'ordre de 50^{cm^3}.

On conçoit le parti à tirer de cette méthode pour apprécier les éléments qu'une substance utilisée comme engrais doit céder au sol sous l'influence de lavages prolongés.

De mêmes les ciments peuvent de cette façon être examinés relativement à leur tenue à l'eau douce et analysés quant à leur teneur en produits peu solubles.

En évitant, par un refroidissement approprié de l'appareil, l'échauffement par effet Joule des branches AC BD et des vases C et D, on saisit les acides sous la forme où ils existaient à l'état de combinaison dans les sels. On peut ainsi espérer, par exemple, isoler les différentes formes de l'acide métaphosphorique. La limite d'emploi de la méthode semble atteinte avec des sels de l'ordre d'insolubilité de celle du sulfate de baryum. Au moyen de 70^{cm^3} d'eau j'ai solubilisé 50^{mg} de sulfate de baryum en 36 heures avec un courant de 2 mA sous 1400 volts. La quantité d'eau ainsi employée est environ le 1/700 de celle qui correspond à la dissolution directe.

PÉTROGRAPHIE. — *Reproduction artificielle sous pression élevée de la cassitérite, de la topaze, du corindon, de la cryolite et de la chiolite.* Note de MM. ALBERT MICHEL-LÉVY et JEAN WYART.

Pour faire suite aux essais de synthèse qui nous ont conduits à mieux connaître les conditions de genèse de certains minéraux du granite, sous l'influence des hautes pressions d'eau et de gaz, nous avons pensé qu'il pourrait être intéressant de poursuivre des recherches de reproduction artificielle des minéraux accompagnateurs des granites, granulites et pegmatites. Parmi eux, notre choix a porté d'abord sur la cassitérite et les minéraux fluorés tels que la topaze qui l'accompagnent fréquemment. Cinq essais ont été faits, partant tous de produits chimiques, l'un accompagné d'un débris de roche, la température

ayant été échelonnée entre 455 et 680°, les durées de recuit sous haute pression ayant été d'environ 10 jours; les pressions ont été de l'ordre de 4000^{kg} par centimètre carré.

Ce sont principalement les diagrammes de rayons X qui ont permis de préciser de façon certaine les déterminations. Les études au microscope polarisant, et en particulier les mesures d'indices, ayant apporté des contrôles et des confirmations.

Une première série d'expériences a été réalisée en vue de reproduire synthétiquement la topaze $Al_2SiO_4F_2$.

Un premier essai avec le mélange fluorine CaF_2 (0^g,7), alumine amorphe Al_2O_3 (1^g,02), verre de silice (0^g,6) et eau (1^g,5), a montré au bout de 9 jours, à 550°, une légère attaque de la fluorine et la cristallisation de l'alumine en *corindon* sous forme de grains de l'ordre du micron.

Un deuxième essai, avec comme mélange initial, fluosilicate de sodium Na_2SiF_6 (0^g,8), alumine amorphe (0^g,5), verre de silice (0^g,5), eau (1^g,5), ne nous a permis de reconnaître, au bout d'un recuit de dix jours à 455°, que du *quartz* décelé par un spectre de rayons X.

Un troisième essai, ayant duré neuf jours à 500°, a été beaucoup plus fructueux. Il portait sur le mélange fluosilicate de sodium (2^g,07), alumine amorphe (1^g,13), eau (1^g). La pression était fournie par l'explosion de 2^g,14 d'hexogène. Nous avons identifié à l'ouverture de la bombe, la *topaze* $Al_2SiO_4F_2$ en cristaux aciculaires de 30 à 40 microns de longueur, larges d'environ 3 microns, fournissant un spectre de rayons X tout à fait caractéristique; la *cryolite* Na_3AlF_6 en cristaux isométriques ayant 20 à 30 microns; le *quartz* en petits prismes bipyramidés, en faible quantité, bien que nous n'ayons pas mis dans cet essai d'excédent de silice.

Dans une deuxième série d'essais, nous avions pour but de faire cristalliser simultanément la cassitérite SnO_2 et la topaze.

Une première expérience de dix jours à 500° a porté sur le mélange fluosilicate de sodium (1^g,38), alumine (0^g,75), chlorure d'étain $SnCl_2$ (1^g,41), eau (1^g). Nous avons trouvé, étroitement associées, la *cassitérite* en tout petits grains et en cristaux de l'ordre de 15 microns, identifiés par le spectre de rayons X, la topaze identique à celle déjà obtenue, la cryolite en cristaux atteignant le demi-millimètre, et une faible quantité de feldspath.

Une deuxième expérience de même durée, à la même température, comportait un mélange un peu plus riche en alumine que le précédent et un excès de silice sous la forme d'un fragment de grès quartzeux placé au fond du tube.

Avec la topaze et du quartz néogène, nous avons eu la surprise de trouver en haut de l'enceinte, donc formés par sublimation, des cristaux gemmiformes, atteignant parfois le millimètre, sur lesquels il a été possible de faire des mesures d'indice, de densité, des paramètres cristallins par des diagrammes de

cristal tournant, ce qui nous a permis d'identifier la *chiolite* $Na_5Al_3F_{14}$ quadratique, qui s'est formée au lieu de la cryolite qui l'accompagne généralement, sans doute parce que les produits de départ étaient plus riches en alumine.

L'intérêt de ces expériences n'a pas été seulement de reproduire au laboratoire différents minéraux, et en particulier la topaze dont la synthèse, bien que signalée, n'a jamais été démontrée; il réside surtout dans la cristallisation simultanée de ces minéraux, comme on les trouve associés dans les roches, et dans des conditions de température et de pression qui sont sans doute celles de leur formation à l'état naturel. Nous rappellerons ici quelques gisements (cassitérite, topaze, cryolite, chiolite) dans le granite : près de Miask dans l'Oural, à Ivitgut au Groënland; en France, cassitérite et topaze de la Villeder (Morbihan), de Montebras (Creuse), de Framont dans les Vosges.

M. **Louis de Broglie** fait hommage à l'Académie d'un volume intitulé *L'Optique électronique*, publié par les Éditions de la Revue d'Optique. Ce volume contient le compte rendu des exposés et des discussions sur l'optique électronique qui ont eu lieu à l'Institut Henri Poincaré au printemps de 1945. Dû à la collaboration des principaux spécialistes français de cette question et contenant de belles reproductions des clichés obtenus par eux, l'ouvrage met en valeur les contributions importantes que la France commence à apporter dans cette branche nouvelle de la Science.

M. **Émile De Wildeman** fait hommage à l'Académie d'une collection de tirages à part relatifs à des questions de botanique.

M. **Selman A. Waksman** fait hommage à l'Académie d'une Note intitulée *Sergei Nikolaevitch Winogradsky, September* 1, 1856-*August* 31, 1946. *The Story of a Great Bacteriologist*, extraite de la revue *Soil Science* et publiée à l'occasion du quatre-vingt-dixième anniversaire de M. **Winogradsky**.

M. **Dimitri Nicolaïevitch Prianichnikov** fait hommage à l'Académie de son Ouvrage, *L'Azote dans la vie des plantes et dans l'agriculture de l'U.R.R.S.* (imprimé en langue russe).

M. le **Secrétaire perpétuel** dépose sur le Bureau de l'Académie deux Ouvrages : 1° le tome II d'un Recueil des *Œuvres* de Ivan Pavlov; 2° le tome VIII des *Œuvres inédites* de Charles Darwin (imprimés en langue russe).

CORRESPONDANCE.

Le **Conseil général du Var** adresse des condoléances à l'occasion du décès de M. *Paul Langevin*.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

1° Pierre-J. Richard. *Théorie et pratique des opérations d'assurance. Précis de technique actuarielle.* Tome I, *Généralités, Assurances sur la vie.* Tome II, *Assurances diverses.*

2° Georges Bryssine. *Étude expérimentale de l'irrigation du sol des Beni-Amir.*

3° Georges Bryssine, Georges Grillot et Louis Virelizier. *Étude préliminaire des sols et des aptitudes agricoles du périmètre irrigable des Triffa.*

4° Ezras Asratovitch Asratian. *Ivan Petrovitch Pavlov* (en langue russe).

5° Alexis Nicolaïevitch Krylov. *Pafnoutiy Livovitch Tchebichef* (en langue russe).

6° S. M. Dobrogaev. *Charles Darwin* (en langue russe).

7° Renzo Pucci. *Découvertes de science* (*et pensées de philosophie*).

8° Association française pour l'avancement des sciences. 64ᵉ Session. *Paris. Congrès de la Victoire.* Tome I.

Il signale également un Ouvrage polycopié :

Maurice Allais. *A la recherche d'une discipline économique.* Première partie : *L'Économie pure.* Tome I et Annexes.

THÉORIE DES NOMBRES. — *De la divisibilité asymptotique.* Note de M. **Henri Eyraud**, présentée par M. Henri Villat.

Définition. — Nous dirons qu'une suite illimitée d'entiers croissants

$$A = a_1, \quad a_2, \quad a_3, \quad \ldots \tag{1}$$

est asymptotiquement divisible, ou plus simplement divisible, par une suite analogue

$$B = b_1, \quad b_2, \quad b_3, \quad \ldots \tag{2}$$

si, à partir d'un certain rang tous les termes de B appartiennent à la suite A, sans que la réciproque ait lieu.

A est le multiple, B le diviseur.

Remarque. — L'introduction ou l'enlèvement d'un nombre fini de termes à A ou à B ne modifie pas leur caractère respectif de divisibilité.

Théorème I. — *Si la suite* B *divise la suite* A, *la suite* B *est plus croissante que la suite* A.

Théorème II. — *Une suite A admet toujours un diviseur* A_1.

Théorème III. — *Étant donné une série de diviseurs successifs*

$$(3)\qquad A,\ A_1,\ A_2,\ \ldots,$$

dont chacun divise tous les précédents, on peut toujours déterminer un diviseur commun qu'on peut désigner par A_ω.

Démonstration. — On peut s'arranger pour que tous les termes de A_i soient contenus dans A_{i-1} ($i=1, 2\ldots$).

On formera un diviseur commun en prélevant dans A, s_0 termes non contenus dans A_i, dans A_1 s_1 termes non contenus dans A_2, etc.; dans A_i, s_i termes non contenus dans A_{i+1}; et ainsi de suite :

$$(4)\qquad s_i = 0,\ 1,\ 2,\ \ldots$$

La suite

$$(5)\qquad S = s_0,\ s_1,\ s_2,\ \ldots$$

s'appelle la suite génératrice du diviseur commun.

Théorème IV. — *Si une suite* S_1 *est plus croissante qu'une suite* S, *le diviseur dont elle est fonction génératrice est un multiple du diviseur dont* S *est génératrice.*

Théorème V. — *On peut construire une suite transfinie de diviseurs successifs*

$$(6)\qquad A,\ A_1,\ A_2,\ \ldots,\ A_\omega,\ \ldots,\ A_\alpha,\ \ldots,$$

dont chacun soit diviseur commun de tous les précédents, les indices α *atteignent n'importe quel transfini ordinal de la seconde classe de Cantor.*

Ce théorème est une conséquence immédiate des théorèmes II et III.

Théorème VI. — *On peut construire une série transfinie bien ordonnée de fonctions arithmétiques de plus en plus croissantes formant un ensemble non dénombrable.*

C'est une conséquence de V et de I.

Théorème VII. — *On peut déterminer une suite transfinie* (6) *de diviseurs successifs dont le nombre atteigne un transfini ordinal de la troisième classe arbitrairement choisi.*

Si en effet (6) contient $\aleph_1$ diviseurs successifs, la série

$$(7)\qquad A,\ A_1+B,\ A_2+B,\ A_3+B,\ \ldots$$

contiendra le même nombre de diviseurs successifs. On appelle B une suite de termes non contenus dans A_1 et contenus dans A.

Or la série (7) admet un diviseur commun B, on peut donc la continuer, en utilisant pour numéroter ses termes, des indices transfinis de la troisième classe.

Remarque — Il est à noter que la série (7) est différente de la série (6). D'après le théorème du continu, que nous avons démontré ailleurs, il est impossible de trouver une série (6) dont les indices épuisent les transfinis de la

troisième classe. L'ensemble des suites arithmétiques n'a que la puissance $\aleph_1$, tandis que l'ensemble des ordinaux de la troisième classe à la puissance $\aleph_2$.

Théorème VIII. — *On peut construire, et d'une infinité de manières, un ensemble ordonné partout dense de diviseurs, n'ayant dans leur ensemble aucun diviseur commun, et n'ayant pas d'autre multiple commun que la suite naturelle des nombres entiers. Chacun de ces diviseurs peut être représenté par un symbole*

$$\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_\omega, \ldots, \alpha_\beta \tag{8}$$

contenant une suite bien ordonnée de transfinis ordinaux, de la première et seconde classe, possédant un dernier terme α_β.

Ce théorème est démontré dans un autre Recueil.

Remarque I. — Les symboles (8) jouent, par rapport au nombre cardinal $\aleph_1$, un rôle analogue au rôle joué par les symboles

$$a_1, a_2, \ldots, a_n \quad (a_i \text{ entier}) \tag{9}$$

représentatifs des fractions binaires comprises entre zéro et un, relativement au nombre cardinal $\aleph_0$.

Remarque II. — Un symbole tel que (8), mais contenant $\aleph_1$ termes, représentera une coupure dans l'échelle partout dense des diviseurs (8). L'ensemble de ces coupures aura la puissance $\aleph_2$, tandis que l'ensemble des symboles (8) a la puissance $\aleph_1$.

THÉORIE DES ENSEMBLES. — *Sur les notions de filtre et de grille.*

Note [1] de M. Gustave Choquet, présentée par M. Arnaud Denjoy.

Nous introduisons ici la notion de *grille sur un ensemble* et nous étudions ses relations avec la notion de filtre [2]. Nous appliquons cette notion à la recherche d'une paramétrisation de l'ensemble des filtres sur un ensemble donné; et nous montrons enfin par un exemple que la notion de grille s'introduit naturellement en topologie.

I. Soit $\mathcal{F}$ un filtre sur un ensemble E. Nous désignons par G ($\mathcal{F}$) l'ensemble des parties de E qui ne sont complémentaires d'aucun élément de $\mathcal{F}$; l'ensemble G ($\mathcal{F}$) est identique à l'ensemble des parties a de E telles que, pour tout $b \in \mathcal{F}$, on ait $a \cap b \neq \emptyset$ [3]; cet ensemble est aussi identique à la réunion de tous les filtres plus fins [2] que $\mathcal{F}$.

L'ensemble $\mathcal{G} = G(\mathcal{F})$ satisfait aux trois axiomes suivants :

(G₁) $\emptyset \notin \mathcal{G}$,

(G₂) Si $a \in \mathcal{G}$ et $a \subset b$, alors $b \in \mathcal{G}$,

(G₃) Si $a \in \mathcal{G}$ et $b \notin \mathcal{G}$, » $(a - b) \in \mathcal{G}$.

---

[1] Séance du 23 décembre 1946.

[2] Voir H. Cartan, *Comptes rendus*, 205, 1937, pp. 595 et 777; Bourbaki, *Topologie générale*, Ch. I (*Act. Sc. et Ind.*, Hermann, n° 858).

[3] $\emptyset$ désigne l'ensemble vide de E.

Inversement, si $\mathcal{G}$ est un ensemble non vide de parties d'un ensemble E, qui satisfait aux axiomes (G_1), (G_2), (G_3), on dit que $\mathcal{G}$ est une *grille* sur E. On montre qu'il existe alors sur E un filtre unique désigné par $F(\mathcal{G})$, qui soit tel que $\mathcal{G} = G[F(\mathcal{G})]$. Ce filtre est identique à l'ensemble des éléments a de $\mathcal{G}$ tels que $(E - a) \notin \mathcal{G}$; il est aussi identique à l'ensemble des éléments $a \in \mathcal{G}$ tels que, pour tout $b \in \mathcal{G}$, on ait $a \cap b \in \mathcal{G}$.

Si une grille $\mathcal{G}$ et un filtre $\mathcal{F}$ sur un ensemble E sont tels que $\mathcal{G} = G(\mathcal{F})$, on a aussi $\mathcal{F} = F(\mathcal{G})$, et inversement. On dit alors que $\mathcal{F}$ et $\mathcal{G}$ sont *associés*.

Si $\mathcal{F}_1$ et $\mathcal{G}_1$ sont associés, ainsi que $\mathcal{F}_2$ et $\mathcal{G}_2$, les relations $\mathcal{F}_1 \subset \mathcal{F}_2$ et $\mathcal{G}_2 \subset \mathcal{G}_1$ sont équivalentes. De façon plus générale, les notions de filtre et de grille apparaissent comme des notions duales; tout énoncé formulé en termes de filtres peut être formulé en termes de grilles, et inversement. Par exemple, dire qu'un filtre $\mathcal{F}$ sur un espace topologique converge vers un point x est équivalent à dire que x est adhérent à tout élément de la grille $\mathcal{G}$ associée à $\mathcal{F}$.

Pour qu'une grille $\mathcal{G}$ soit un filtre, il faut et il suffit que le filtre associé à $\mathcal{G}$ soit un ultrafiltre, et alors $\mathcal{G} = F(\mathcal{G})$.

II. Nous allons maintenant étendre la définition de $F(\mathcal{G})$ au cas où $\mathcal{G}$ n'est plus une grille.

Soit $\mathcal{B}$ un ensemble non vide de parties d'un ensemble E, satisfaisant seulement aux axiomes (G_1) et (G_2).

L'ensemble ordonné (¹) des filtres f sur E tels que $f \subset \mathcal{B}$ est non vide et inductif; il possède donc des éléments maximaux. Désignons par $F(\mathcal{B})$ le filtre intersection de tous ces filtres maximaux.

On peut montrer que $F(\mathcal{B})$ est identique à l'ensemble des éléments $a \in \mathcal{B}$ tels que, pour tout $b \in \mathcal{B}$, on ait $(a \cap b) \in \mathcal{B}$.

On dit que $F(\mathcal{B})$ est le *filtre associé* à $\mathcal{B}$, que $G[F(\mathcal{B})]$ est la *grille associée* à $\mathcal{B}$, et que $\mathcal{B}$ est une *base de grille*.

On a évidemment $\mathcal{B} \subset G[F(\mathcal{B})]$; donc $G[F(\mathcal{B})]$ apparaît comme une extension naturelle de $\mathcal{B}$, mais il faut bien remarquer que ce n'est pas la plus petite des grilles définies sur E et contenant $\mathcal{B}$; en fait, l'intersection des grilles définies sur E et contenant $\mathcal{B}$ est identique à $\mathcal{B}$.

Pour que le filtre $F(\mathcal{B})$ associé à une base de grille $\mathcal{B}$ soit identique à un filtre donné $\mathcal{F}$, il faut et il suffit que : 1° $\mathcal{B}$ soit une réunion de filtres plus fins que $\mathcal{F}$; 2° pour tout $a \in (\mathcal{B} - \mathcal{F})$, il existe $b \in (\mathcal{B} - \mathcal{F})$ tel que $(a \cap b) \notin (\mathcal{B} - \mathcal{F})$.

III. Soit $\mathcal{R}$ un ensemble non vide de parties d'un ensemble E, satisfaisant au seul axiome (G_1).

Désignons par $B(\mathcal{R})$ l'ensemble des parties a de E qui contiennent au moins un élément de $\mathcal{R}$. Il est immédiat que $B(\mathcal{R})$ est une base de grille et que c'est l'intersection de toutes les bases de grille contenant $\mathcal{R}$.

(¹) Ordonné par la relation : $f_1 \subset f_2$ qui se lit : f_1 est moins fin que f_2.

On dit encore que le filtre $F(B(\mathfrak{T}))$ et la grille $G(F(B(\mathfrak{T})))$ sont *associés* à $\mathfrak{T}$, et l'on dit que $\mathfrak{T}$ est un *système de générateurs de grille*.

Or tout filtre sur E peut être associé à un système de générateurs de grille, par exemple à $G(\mathcal{F})$. Donc la fonction $F(B(\mathfrak{T}))$, définie pour tout $\mathfrak{T} \in [\mathfrak{P}[\mathfrak{P}(E) - \emptyset] - \emptyset]$ ([5]) est une représentation paramétrique simple de l'ensemble des filtres définis sur E.

IV. Soit $(e_i)_{i \in E}$ une famille de sous-ensembles d'un espace topologique T.

Soit $\mathcal{F}$ un filtre sur E. On dit qu'un point x de T est un *point limite* de la famille des e_i suivant le filtre $\mathcal{F}$ si, pour tout voisinage V de x, il existe un élément a de $\mathcal{F}$ tel que, pour tout $i \in a$, on ait $V \cap e_i \neq \emptyset$.

L'ensemble L de ces points limites est dit *ensemble limite* de la famille des e_i suivant le filtre $\mathcal{F}$.

Posons $\varepsilon_a = \bigcup_{i \in a} e_i$, où $a \subset E$.

On peut montrer que : $L = \bigcap_{a \in G(\mathcal{F})} \varepsilon_a$.

ALGÈBRE. — *Théorie non abélienne des corps de classes pour les extensions finies et séparables des corps valués complets : approximation des corps valués complets par les suites de corps valués complets.* Note de M. **Marc Krasner**, présentée par M. Élie Cartan.

Je conserve les notations de mes Notes précédentes ([1]). k étant un corps valué, une relation d'équivalence Π dans k sera dite *diviseur multiplicatif* si $\alpha \equiv \beta(\Pi)$ et $|\alpha' - \beta'| : \mathrm{Max}(|\alpha'|, |\beta'|) \leq |\alpha - \beta| : \mathrm{Max}(|\alpha|, |\beta|)$ impliquent $\alpha' \equiv \beta'(\Pi)$. La borne sup. [sur l'axe semi-réel ([2])] $|\Pi|$ des $|\alpha - \beta| : \mathrm{Max}(|\alpha|, |\beta|)$ pour les α, β tels que $\alpha \equiv \beta(\Pi)$ s'appelle la *norme* de Π. On a ([2]) $< |\Pi| > \neq +$ et $0 \leq |\Pi| \leq 1$. Si $|\Pi| < 1$, et si $\alpha \equiv \beta(\Pi)$, on a $|\alpha - \beta| < \mathrm{Max}(|\alpha|, |\beta|)$, d'où $|\alpha| = |\beta|$, et Π est la subdivision de k en cercles ([2]) $C_k(\alpha, \rho)$ dont les centres α (ayant tous une même valuation) et le rayon ρ satisfont à la relation $\rho = |\Pi||\alpha|$. Si $< u > \neq +$ et si $0 \leq u < 1$, la subdivision de k en cercles $C_k(\alpha, u|\alpha|)$ $(\alpha \in k)$ est un diviseur multiplicatif, noté $\Pi(u)$, et l'on a $|\Pi(u)| \leq u$. $\Pi(1^-)$ est la classification multiplicative ([3]) suivant l'idéal premier $\mathfrak{p}$ de k.

On organisera l'ensemble quotient k/Π par les opérations d'addition et de multiplication en définissant la somme $A + B$ et le produit AB de deux éléments de k/Π comme l'ensemble des classes suivant Π contenus dans la somme ou le produit des A, B en tant que sous-ensembles ([4]) de k.

([5]) $\mathfrak{P}(A)$ désigne l'ensemble des parties de l'ensemble A.

([1]) *Comptes rendus*, **222**, 1946, pp. 626-628, 984-986 et 1370-1372.

([2]) Voir Krasner, *Comptes rendus*, **219**, 1944, pp. 433-435.

([3]) Voir Krasner, *Comptes rendus*, **219**, 1944, pp. 345-347.

([4]) Étant donné un ensemble E avec une loi de composition, le composé AB des A, $B \subseteq E$ *en tant que sous-ensembles de* E est l'ensemble des ab, $a \in A$, $b \in B$.

k et k' étant deux corps valués, et Π, Π' étant les diviseurs multiplicatifs des k, k' d'une même norme u, tout isomorphisme (par rapport aux opérations rationnelles et à la valuation) ζ de k/Π sur k'/Π' sera dit un *isomorphisme résiduel* de k sur k', et u sera appelé la *norme* de ζ et noté $|\zeta|$.

k étant un corps valué complet, $k_1, k_2, \ldots, k_m, \ldots$ étant une suite de tels corps, une suite $\zeta=(\zeta_1, \zeta_2, \ldots, \zeta_m, \ldots)$, où $\zeta_m (m=1, 2, \ldots)$ est un isomorphisme résiduel de k_m sur k, sera dite un *isomorphisme approximant* de la suite $k_1, k_2, \ldots, k_m, \ldots$ sur k si [2] $|\zeta_m| \to 0^+$ quand $m \to +\infty^-$. $k_1, k_2, \ldots, k_m, \ldots$ sera dite une *suite approximante* de k, et k sera dit la *limite* de cette suite par rapport à ζ. On notera Π_m le diviseur multiplicatif de k_m de norme $|\zeta_m|$. On dira d'une relation qu'elle a lieu *asymptotiquement* (abréviation : as.) si elle a toujours lieu à partir d'un certain rang.

$\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_m, \ldots (\alpha_m \in k_m)$ est dite *convergente* (ou *quasi-convergente*) (suivant ζ) s'il existe un $\alpha \in k$, dit sa *limite* (ou *quasi-limite*), une suite $\alpha', \alpha'', \ldots, \alpha^{(m)}$ d'éléments de k, et (pour la convergence) une suite $\Pi', \Pi'', \ldots, \Pi^{(m)}$ de diviseurs multiplicatifs de k telle que $|\Pi^{(m)}| \to 0^+$, de manière que, pour tout $m=1, 2, \ldots, \alpha^{(m)} \equiv \alpha(\Pi^{(m)})$ (ou $\alpha^{(m)} \to \alpha$ au sens de la topologie de k) et que, A_m étant la classe de α_m suivant Π_m, on ait $\alpha^{(m)} \in \zeta_m A_m$. A partir de là, on définit de la manière habituelle la convergence et la quasi-convergence des suites des polynomes ou de fonctions rationnelles des k_m vers un polynome ou une fonction rationnelle de k. Si les fonctions rationnelles $f_m(x, y, z, \ldots)$, $\varphi_m(t, u, v, \ldots)$, $\psi_m(t, u, v, \ldots)$, $\theta_m(t, u, v, \ldots)$, $\ldots$ de k_m quasi-convergent vers celles $f(x, y, z, \ldots)$, $\varphi(t, u, v, \ldots)$, $\psi(t, u, v, \ldots)$, $\theta(t, u, v, \ldots)$ de k, $f_m(\varphi_m, \psi_m, \theta_m, \ldots)$ quasi-converge vers $f(\varphi, \psi, \theta, \ldots)$ si cette fonction a un sens. On dira qu'une suite $E_1, E_2, \ldots, E_m, \ldots$ d'ensembles d'éléments, de polynomes ou de fonctions rationnelles de $k_1, k_2, \ldots, k_m, \ldots$ converge vers un ensemble E de ceux de k si : 1° tout $\alpha \in E$ est limite d'une suite $\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_m, \ldots$, où $\alpha_m \in E_m$; 2° la limite de toute suite convergente $\alpha_1, \alpha_2 \ldots, \alpha_m, \ldots$, où $\alpha_m \in E_m$, est $\in E$.

K/k étant une extension finie et séparable, soient $K=k(\alpha)$ et $f(x)=f_{\alpha/k}(x)$. Soit $f_1(x), f_2(x), \ldots, f_m(x)$ une suite de polynomes de $k_1, k_2, \ldots, k_m, \ldots$ telle que $f_m \to f$. On démontre (par application du principe I) que $f_m(x)$ est as. irréductible dans k_m; le discriminant $d(f_m)$ de f_m converge vers celui $d(f)$ de f. Ainsi, un zéro α_m de $f_m(x)$ définit as. une extension séparable K_m/k_m de degré $n=(K:k)$, et l'on peut montrer que K est la limite de $K_1, K_2, \ldots, K_m$, par rapport à un isomorphisme approximant $Z=(Z_1, Z_2, \ldots, Z_m, \ldots)$ tel que as. on ait $|Z_m|=|\zeta_m|$ et Z_m prolonge ζ_m. On a le

Théorème. — 1° *Le domaine d'intégrité, les idéaux, le discriminant* [5] *de* K/k *sont limites de ceux des* K_m/k_m; 2° $\mathcal{E}_{K/k}$ *et les ensembles qui s'en déduisent* [4] *sont limites de ceux des* K_m/k_m; $\mathfrak{f}_{K/k}=\lim \mathfrak{f}_{K_m/k_m}$; 3° *L'hypergroupe de Galois* $\mathfrak{g}_{K/k}$ *et son groupe de Galois* $\mathcal{G}_{K/k}$ *sont as. isomorphes à ceux de* K_m/k_m (*en particulier,* K/k *est galoisienne ou abélienne si, et seulement si* K_m/k_m *l'est as.*),

---

[5] *Voir* Krasner, *Comptes rendus*, **220**, 1945, pp. 28-30 et 761-763.

et leur isomorphie peut être établie de manière que si $\alpha = \lim \alpha_m (\alpha_m \in K_m)$, *le nombre caractéristique* (5), *le nombre d'irrégularité* (1) *et l'isomorphisme induit dans le squelette* (5) *soient as. les mêmes pour* $\sigma \in g_{K/k}$ *et pour* $\sigma_m \in g_{K_m/k_m}$ *correspondants, et qu'une suite de corps* $K'_1, K'_2, \ldots, K'_m, \ldots (k_m \subseteq K'_m \subseteq K_m)$ *approche un corps* K', $k' \subseteq K' \subseteq K$, *avec l'isomorphisme approximant induit par* Z, *si, et seulement si* $g_{K'_m/k'_m}$ *correspond as. à* $g_{K'/k'}$.

Idée de la démonstration de 3° *dans le cas galoisien :* d, d_m étant les minimums des distances des conjugués de α, α_m dans les fermetures algébriques valuées $\mathfrak{K}$, $\mathfrak{K}_m$ des K, K_m, on prouve, vu que as. $|d(f_m)| = |d(f)|$, qu'il existe un nombre réel $d^* > 0$ tel que as. $d_m > d^*$. K/k étant galoisienne, pour tout $\sigma \in G_{K/k}$, il existe un polynome $\varphi_\sigma(x)$ de k tel que $\sigma\alpha = \varphi_\sigma(\alpha)$, d'où si $R[\mu, \nu]$ désigne le résultant en x des polynomes $\mu(x)$, $\nu(x)$, on a $R(y) = R[f(x), y - \varphi_\sigma(x)] = f(y)$, donc $R[R(x), f(x)] = 0$. Si $\varphi_\sigma(x) = \lim \varphi_{\sigma,m}(x)$, $R(y)$ est la quasi-limite de $R_m(y) = R[f_m(x), y - \varphi_{\sigma,m}(x)]$ et o en est une de $R^*_m = R[R_m(x), f_m(x)]$; donc $|R^*_m| \to 0^+$, d'où, Δ_m étant le minimum des distances entre les zéros de R_m et ceux de f_m, $\Delta_m \to 0^+$ et as., $\Delta_m < d^* < d_m$. En vertu du Principe II de la première de mes Notes (1), R_m est irréductible, et pour tout zéro α'_m de f_m, il existe un zéro β'_m de R_m tel que $|\beta'_m - \alpha'_m| < d_m$ et que $k(\beta'_m) = k(\alpha'_m)$, et $\alpha'_m \to \beta'_m$ est une application biunivoque des zéros de f_m sur ceux de R_m. $\varphi_{\sigma,m}(\alpha_m)$ est un zéro de R_m, et il existe un $\alpha'_m = \sigma_m \alpha_m (\sigma_m \in g_{K_m/k_m})$ tel que $\varphi_{\sigma,m}(\alpha_m) = \beta'_m$, d'où $k_m(\alpha'_m) \subseteq k_m(\alpha_m)$; donc, σ_m est un automorphisme de K_m/k_m. On prouve que, as., $\sigma \to \sigma_m$ est un isomorphisme de $g_{K/k}$ sur g_{K_m/k_m}, indépendant du choix de α, et $|\sigma\alpha - \alpha| = |\sigma_m\alpha_m - \alpha_m|$.

THÉORIE DES FONCTIONS. — *Les classes de Baire des fonctions multiformes.* Note (1) de M. R. BRISAC présentée par M. Arnaud Denjoy.

Nous nous proposons d'établir la classification de Baire des applications multiformes fermées R d'un espace topologique X dans un espace métrique compact Y [x désignant un point de X, $R(x)$ est un ensemble *fermé* de Y]; chemin faisant nous indiquerons les difficultés que l'on rencontre si l'on fait des hypothèses moins restrictives. R^- désignera l'application inverse de R, G un ouvert, F un fermé, les indices σ et δ indiquant les réunions et intersections dénombrables.

Les classes sont définies par les relations suivantes :

$I_0 : R^-(G) = G$,	$S_0 : R^-(F) = F$,	C_0 : intersection des classes I_0 et S_0;
$I_1 : R^-(F) = G_\delta$,	$S_1 : R^-(G) = F_\sigma$,	C_1 : intersection des classes I_1 et S_1;
$I_2 : R^-(G) = G_{\delta\sigma}$,	$S_2 : R^-(F) = F_{\sigma\delta}$,	C_2 : intersection des classes I_2 et S_2.

La classification s'étend par récurrence à tous les entiers; on peut l'étendre aux ordinaux transfinis.

(1) Séance du 13 janvier 1947.

I. 1° I_0 est la classe des fonctions semi-continues inférieurement (sci); S_0 est la classe des fonctions semi-continues supérieurement (scs).

La limite topologique d'une suite dénombrable de fonctions de la classe I_n (resp. S_n) est de la classe I_{n+1} (resp. S_{n+1}).

La limite supérieure d'une suite dénombrable de fonctions de la classe I_n est de la classe I_{n+1} si n est pair, de la classe I_{n+2} si n est impair; la limite supérieure d'une suite dénombrable de fonctions de la classe S_n est de la classe S_{n+1} si n est impair, de la classe S_{n+2} si n est pair.

Si l'espace X est un espace métrique à noyau parfait non vide, il y a dans chaque classe I_n des fonctions qui n'appartiennent à aucune classe I_p ou S_q avec $p < n$ ou $q \leq n$. Même résultat pour les classes S_n.

Remarquons que pour les fonctions uniformes, les classes I_n et S_n coïncident toutes les deux avec la $n^{\text{ième}}$ classe de Baire.

Exemples. — Le paratingent est une fonction de classe S_0, le contingent de classe I_1 [ces résultats sont valables pour les paratingents d'ordre supérieur à 1; ils valent aussi pour les contingents et paratingents généralisés de Pauc (²)]. Les contingents régularisés sont de classe I_2 (³).

2° Supposons que Y soit un métrique non compact; il peut alors exister des fonctions de la classe I_0 qui ne soient pas de la classe I_1 : X est le segment (01), Y l'ensemble des points du plan de coordonnées rationnelles u et v comprises entre 0 et 1; R(x) est l'ensemble de Y défini par $u = x$, $v \geq x$; cette fonction est de la classe I_0 [sci au sens de Hahn (⁴); F désignant l'ensemble $u = v$, $R^{-}(F)$ est l'ensemble des rationnels du segment (01); ce n'est pas un G_δ (mais un F_σ]. On démontre par contre que, si Y est métrique, toute fonction de la classe S_0 est aussi de la classe S_1 (même si elle n'est pas fermée).

De même si l'on suppose Y métrique compact, mais R non fermée, il existe des fonctions de la classe I_0 qui ne sont pas I_1 (on en construit très aisément en remarquant que pour qu'une fonction soit I_0, il suffit que sa fermeture le soit).

THÉORIE DES FONCTIONS. — *Dérivation de Riemann-Schwarz.* Note de M. **Ernest Corominas Vigneaux**, présentée par M. Arnaud Denjoy.

Nous appelons dérivée $n^{\text{ième}}$ de Riemann-Schwarz, ou tout simplement (RS) de $f(x)$, la limite de $\underset{E}{\Delta}^{n} f(x)$ quand n points de E sont à des distances de x infiniment petites du même ordre et non équivalentes deux à deux. La distance du point qui manque peut être du même ordre infinitésimal et non équivalente à aucune des distances précédentes, ou bien d'ordre supérieur ou bien encore

(²) *Comptes rendus*, 203, 1936, p. 153.

(³) Choquet, *Thèse*, Paris, 1946. On y trouve un exemple où le contingent plan régularisé n'est pas de classe 1.

(⁴) *Reelle Funktionen*, pp. 148 et suiv.

simplement nulle. La définition des dérivées (RS) renferme, entre autres, la définition de la dérivée ordinaire, d'intervalle, symétrique et la seconde dérivée de Schwarz.

On doit toujours tenir compte des restrictions imposées à la façon dont les points de E approchent leur limite unique; l'oubli de ces restrictions peut conduire à des résultats inexacts. Ainsi peuvent exister la $n^{\text{ième}}$ dérivée (P), et par conséquent la $n^{\text{ième}}$ dérivée ordinaire, et non pas la limite de $\underset{E}{\triangle}^{n} f(x)$, quand les points E s'approchent du point limite sans remplir les conditions antérieures.

Quand toutes les dérivées $n^{\text{ièmes}}$ (RS) possibles ont la même valeur, alors la dérivée $n^{\text{ième}}$ (P) existe et a également la même valeur.

Mais on peut préciser davantage. Quand les $n+1$ points de E sont d'un même côté de x et se meuvent tellement que pour chaque position des points de E, $a_1(h)$, $a_2(h)$, ..., $a_{n+1}(h)$, il en existe une autre postérieure h' telle que $a_{n+1}(h')=a_n(h)$, $a_n(h')=a_{n-1}(h)$, ..., $a_2(h')=a_1(h)$, c'est-à-dire, chaque point coïncide avec l'antérieur, sauf le premier (qui n'a pas d'antérieur) et si en plus la limite de $\underset{E}{\triangle}^{n} f(x)$ existe, alors la dérivée d'ordre n(P) latérale existe aussi et elle a la même valeur. Nous appellerons cette forme de dérivées : dérivée enchaînée. Ainsi la dérivée enchaînée d'ordre n(RS) est équivalente à la dérivée d'ordre n(P), toutes les deux latérales du même côté.

Quand les points E ont l'expression $a_{n+1}=x+h$, $a_n=x+k.h$, $a_{n-1}=x+k^2.h$, ..., $a_1=x+k^n.h (0<k<1)$, évidemment nous avons un cas spécial de dérivée enchaînée (RS). Dans le cas général les points doivent être fonctions continues d'un paramètre qui est aussi continu.

En particulier, quand les deux dérivées latérales de premier ordre (RS) existent et ont la même valeur, la dérivée ordinaire existe et a aussi la même valeur. Quand ces dérivées ne sont pas latérales on arrive à la même conclusion.

En fait, chaque dérivée (RS) de premier ordre est enchaînée. De même, toutes les dérivées latérales de second ordre (RS) ayant un point fixe sont des dérivées enchaînées.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Opérations multiformes qui s'obtiennent à partir d'opérations uniformes.* Note [1] de M. J. **Kuntzmann**, présentée par M. Gaston Julia.

H. Campaigne a montré [2] qu'un certain hypergroupe ne pouvait être représenté par des relations d'équivalence dans un groupe.

---

[1] Séance du 6 janvier 1947.

[2] *American Journal of Mathematics*, 52, 1940, p. 604.

Nous considérerons le procédé plus général suivant, que j'avais appelé *symorphie* de type CCC [3].

Soit U un système associatif uniforme, dont nous désignerons les éléments par des minuscules, et, dans ce système, une famille de sous-ensembles, que nous désignerons par des majuscules, tel que chaque élément de U fasse partie d'au moins un de ces sous-ensembles. Nous définirons entre ces sous-ensembles l'opération multiforme suivante

$$AB = C \quad \text{s'il existe } a \in A \text{ et } b \in B, \text{ tels que } ab \in C.$$

Lorsque les ensembles sont disjoints, on retrouve la notion habituelle de relation d'équivalence (symorphie N N N).

L'opération obtenue n'est pas associative, en général, mais elle satisfait à la condition suivante, qui se réduit à l'associativité si l'opération est uniforme : si A.B et C.D sont deux déterminations quelconques des produits A B et C D, on peut trouver une détermination B.C du produit B C, telle que

$$(A.B)C \cap A(B.C) \neq \emptyset, \qquad (B.C)D \cap B(C.D) \neq \emptyset,$$

$\emptyset$ désignant l'ensemble vide.

En effet, A.B provient de deux éléments a et b, C.D provient de deux éléments c et d. Considérons l'un des ensembles qui contient $b\,c$, soit B.C. Il est clair que (A.B)C et A(B.C) ont en commun $a\,b\,c$. De même pour (B.C)D et B(C.D).

On vérifie facilement que cette condition n'est pas vérifiée par l'hypergroupe de Campaigne (voir plus haut), dont la table est

	e	b	a
e	e	b	a
b	b	a	e, b
a	a	e, b	a, b

On peut prendre par exemple $A = a$, $B = a$, $C = b$, $D = a$, $A.B = a$, $C.D = e$.

Cet hypergroupe ne peut donc être obtenu par symorphie CCC à partir d'aucun système uniforme.

Soit un système multiforme Σ dont nous désignerons les éléments par des minuscules grecques. On peut donner la condition nécessaire et suffisante suivante pour que Σ soit le symorphe de type CCC d'un système uniforme : Il faut et il suffit que Σ soit le symorphe NNN d'un certain monoïde libre M.

La condition est manifestement suffisante.

Reste à montrer que la condition est nécessaire. Soit $\mathcal{F}$ un ensemble ayant au moins la puissance de l'ensemble des A qui contiennent le même élément de U. Soit $\mathcal{E}'$ un ensemble dont on connaisse une application sur l'ensemble $\mathcal{E}$ des

---

([3]) *Ann. Fac. Sc. Toulouse*, 3, IV, 1939, pp. 155-193.

éléments de U, chaque classe de $\mathcal{E}'$ suivant $\mathcal{E}$ étant un ensemble de puissance au moins égale à celle de $\mathcal{F}$.

Soient M′ le monoïde libre construit sur $\mathcal{E}'$, M le monoïde libre construit sur $\mathcal{E}$.

On peut définir dans M′ une division en classes disjointes satisfaisant aux conditions imposées. En effet, à tout élément de M′ correspond par $\mathcal{E}' \to \mathcal{E}$ un élément de M.

A cet élément de M correspond un élément de U défini par l'homomorphie de M sur U. A cet élément de U correspondent plusieurs éléments de Σ. Nous ferons correspondre à l'élément de M′ l'un de ces éléments de Σ de telle manière que parmi les éléments de M′ qui correspondent à un même élément de M, il y en ait au moins un qui corresponde à chacun des éléments de Σ possibles. On vérifie immédiatement que cette correspondance est une symorphie NNN de M′ sur Σ.

La symorphie CCC ne donne pas, dans le problème actuel, de systèmes plus généraux que la symorphie NNN. Au contraire, si les classes ne sont pas disjointes, on obtient un système qui n'est pas quelconque. On peut prendre α et β tels que $\alpha\lambda \cap \beta\lambda \neq \emptyset$ quel que soit λ.

Signalons que les systèmes quelconques peuvent être obtenus par un procédé un peu plus général ([4]), qui est une symorphie de type NNC.

Ils peuvent également être obtenus en prenant dans un ensemble une famille de sous-ensembles disjoints ne recouvrant pas tout l'ensemble. En effet, soit $\{A\}$ et $\{a\}$ un ensemble isomorphe. Considérons le monoïde libre construit sur les $\{a\}$ et les classes C_A définies par $a \in C_A$

$$uv \in C_A \qquad \text{si } UV \supset A.$$

Ces classes satisfont aux conditions imposées.

On peut donner une condition analogue pour qu'un système multiforme Σ puisse s'obtenir par symorphie CCC à partir d'un groupe. Il faut et il suffit que l'on puisse trouver un groupe libre G tel que Σ s'obtienne par symorphie NNN à partir de G.

La condition est manifestement suffisante. Pour montrer qu'elle est nécessaire, il suffit de répéter les raisonnements faits en remplaçant M′ par G′ groupe libre construit sur $\mathcal{E}'$.

La question de savoir si un système réalisable par symorphie à partir d'un système uniforme et satisfaisant à certaines conditions auxiliaires, telles que l'existence d'une unité et d'inverses bilatères avec $ax = b \to x \in ab$ est réalisable dans un groupe semble n'être pas résolue.

(Les conditions citées sont seulement nécessaires.)

([4]) KUNTZMANN, *Annales de l'Université de Grenoble*, 21, 1945, pp. 95-99.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Propriétés géométriques des domaines d'existence des opérateurs linéaires fermés de l'espace de Hilbert.* Note [1] de M. **Jacques Dixmier**, transmise par M. Gaston Julia.

Les notations et abréviations sont celles d'une Note précédente [2].

1. On appellera noyau d'un d.e. D toute v.l.f. à ∞ dimensions $N \subset D$. N sera dit maximal s'il n'existe aucun noyau $N' \supset N$ tel que $N' \ominus N$ ait ∞ dimensions. Deux noyaux disjoints N, N' seront dits conjugués si $D = N \dotplus N'$.

Classification des d.e. : Classe 1 : D, fermé, a ∞ dimensions. Classe 2 *a* : D a des noyaux, mais aucun n'est maximal. Classe 2 *b* : D, non fermé, a un noyau maximal. Classe 3_n : D, sans noyaux, a *n* dimensions (*n* fini ou infini). Ces classes sont non vides, disjointes, et englobent tous les d.e.

Si D, non fermé, a un noyau N (classe 2), D contient une infinité de noyaux conjugués N', asymptotiques à N.

Si D, non fermé, a un noyau maximal (classe 2 *b*), tout noyau est contenu dans un noyau maximal; 2 noyaux maximaux sont complètement asymptotiques (c'est-à-dire que chacun est complètement asymptotique à l'autre); tout noyau maximal possède une infinité de conjugués maximaux; réciproquement, si 2 v.l.f. disjointes N et N' sont complètement asymptotiques, $N \dotplus N'$ est un d.e. de classe 2 *b* dont N et N' sont 2 noyaux conjugués maximaux.

Soient N et N', 2 noyaux de D. Si D est de classe 2 *a*, il existe un unitaire U tel que $U(D) = D$, $U(N) = N'$: tous les noyaux de D jouent le même rôle. Si D est de classe 2 *b*, il en est de même si N et N' sont simultanément non maximaux.

2. D étant quelconque, si $M \subset D$, $M' \subset D'$ sont 2 v.l. à *n* dimensions (*n* fini), il existe encore un unitaire U tel que $U(D) = D$, $U(M) = M'$; donc il n'y a pas de direction privilégiée dans D.

3. Un système orthonormal (e_i) sera dit base de D si D est l'ensemble des $X = \sum_{i=1}^{\infty} x_i e_i$ tels que $\sum_{i=1}^{\infty} a_i^2 |x_i|^2 < +\infty$, où (a_i) est une suite de nombres réels tels que $\inf a_i > 0$; D possède une infinité de bases [3]; (e_i) est base de D si, et seulement si, pour toute $V = [e_{i_1}, e_{i_2}, \ldots]$, $X \in D$ entraîne $P_V X \in D$.

La donnée de D et le choix de (e_i) définissent la suite (a_i) à une équivalence près [2 suites (a_i) et (b_i) sont équivalentes si a_i/b_i et b_i/a_i sont bornés]; les suites correspondant à deux bases distinctes sont équivalentes à une permutation près; donc la seule donnée de D définit une suite (a_i) à une équivalence

(1) Séance du 6 janvier 1947.

(2) Dixmier, *Comptes rendus*, 223, 1946, p. 971.

(3) L'existence d'une base a été montrée par Köthe (*Math. Zeitschrift*, 41, 1936, pp. 137 et 153).

et une permutation près ; les suites associées à D et D′ étant équivalentes à une permutation près si, et seulement si, $D = J(D')$ pour un op. isométrique J, la classification des d.e. revient à celles des suites (a_i) définies à une équivalence et à une permutation près.

D est de classe 3 si, et seulement si, $\lim_{i=\infty} a_i = +\infty$. D est de classe $2b$ si, et seulement si, la suite (a_i) se partage en une suite bornée et une suite tendant vers $+\infty$. D est de classe $2a$ si, et seulement si, l'ensemble dérivé de l'ensemble des a_i admet $+\infty$ pour point limite.

4. *Réseau des d.e.* — De même que la somme et le produit d'op. du type d.e. sont du type d.e. (alors que la somme et le produit d'op.l.f. ne sont pas toujours f.), $D \dot{+} D'$ et $D \cap D'$ sont des d.e. si D et D′ sont des d.e. [4] (alors que $D \dot{+} D'$ n'est pas toujours f. si D et D′ sont 2 v.l.f.). Si D′ est de classe 3, $D \dot{+} D'$ est de classe 3, $2b$ ou $2a$ suivant que D est de classe 3, $2b$ ou $2a$, et de classe 1 ou $2b$ si D est de classe 1. En particulier, les d.e. de classe 3 forment un sous-réseau. Un d.e. D est f. si et seulement si il existe un d.e. D′ tel que $D \dot{+} D' = H$, $D \cap D' = 0$. Tout d.e. est de la forme $(V_1 \dot{+} V_2) \cap (V_3 \dot{+} V_4)$ où V_1, V_2, V_3, V_4 sont 4 v.l.f. ; d'où une nouvelle définition des d.e.

5. On peut généraliser simplement des théorèmes dont la première démonstration, due à von Neumann [5] est difficile. Par exemple : étant donné une suite de d.e. non fermés D_0. $D_1, \ldots$, on peut trouver des unitaires $U_1, U_2, \ldots$; tels que D_0, $U_1(D_1)$, $U_2(D_2)$ soient disjoints. On en déduit facilement certains aspects de la pathologie des op. non bornés ; par exemple : tout op.l.f. symétrique est prolongement d'une infinité d'op.l.f. symétriques K, tels que $D_{K^2} = 0$ [6] ; on peut trouver un op.l.f. A tel que $D_{A^2} = D_{A^{*2}} = 0$ etc.

NOMOGRAPHIE GÉNÉRALE. — *Un mode de représentation schématique de la structure des abaques à plans mobiles superposés.* Note [1] de M. **Georges Boulanger**, présentée par M. Joseph Pérès.

1. L'étude des propriétés morphologiques des abaques à plans mobiles superposés implique la possession d'un système simple de représentation de leur structure. Nous utilisons avec succès un procédé de représentation schématique dont nous nous proposons d'indiquer ici le principe.

2. Notre système de représentation est basé sur l'emploi de quadrillages dont les alignements horizontaux et verticaux correspondent respectivement

---

[4] Pour $D \cap D'$, ce résultat a été partiellement donné par Neumark (*Bull. Acad. Sc. U. R. S. S., Sér. Math.*, 1939, p. 165).

[5] *Journal f. d. reine u. angew. Math.*, 161, 1929, p. 208.

[6] Ceci renforce un résultat de Neumark (*C. R. Acad. Sc. U. R. S. S.*, 28, 1940, p. 207).

[1] Séance du 13 janvier 1947.

aux plans constituant les abaques et aux contacts établis entre ces plans. Aux nœuds de ces quadrillages sont disposés des symboles qui représentent les éléments géométriques.

Les symboles relatifs à des éléments appartenant à un même plan sont placés sur une même horizontale, tandis que les éléments qui participent à un même contact sont représentés par des symboles situés sur une verticale.

Les plans sont ainsi représentés par des droites horizontales dont l'ordre de succession est l'ordre de superposition des plans. Si certains plans sont groupés, c'est-à-dire doivent être solidarisés entre eux avant d'être mis en place dans l'abaque, les lignes correspondantes sont bordées d'un trait vertical.

Les symboles relatifs aux faisceaux cotés sont respectivement :



pour les systèmes dont les éléments participent à un contact ponctuel et sont répartis sur *trois* plans ;



pour les systèmes dont les éléments participent à un contact ponctuel et sont répartis sur *deux* plans ;

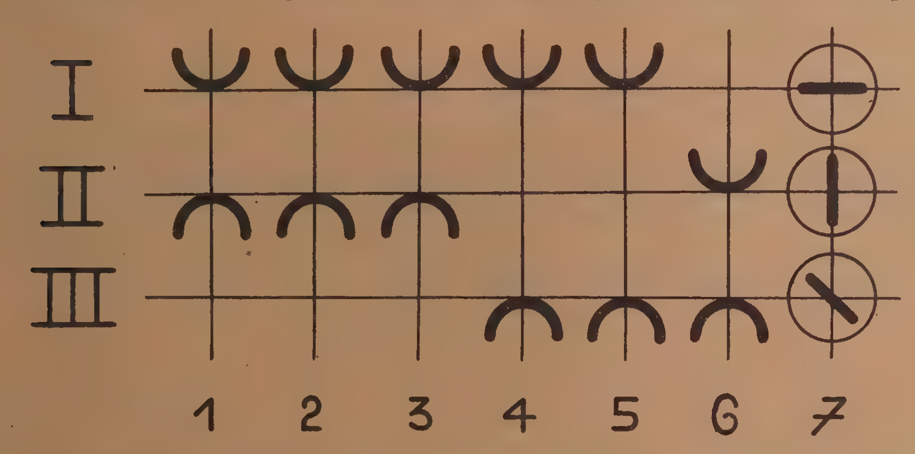


pour les systèmes dont les éléments participent à un contact tangentiel. Le symbole relatif à un système de points cotés (échelle) est un point. Les éléments non cotés sont représentés par des symboles identiques à ceux des éléments cotés mais dessinés en traits fins (sauf le point qui est représenté par un petit cercle évidé). Les symboles relatifs aux éléments qui participent au contact de résolution sont entourés d'une circonférence quand on désire préciser quels sont ces éléments.

Les plans et les contacts peuvent être numérotés pour en faciliter le repérage et l'on se réserve de donner, sous une forme appropriée, toute indication complémentaire jugée utile.

3. Nous désignons sous le nom de *formes* les schémas obtenus par le procédé indiqué. A un même abaque correspondent plusieurs formes caractérisées chacune par un ordre déterminé de succession des plans et par une disposition transversale particulière des contacts. L'ordre de succession des plans dépend des conditions d'emploi de l'abaque. Par contre la disposition transversale des contacts ne relève que de la technique de la représentation et peut être choisie *a priori*. Il suffit, pour définir la structure d'un abaque, de donner une des formes sous lesquelles il peut se présenter.

4. Exemple. — La figure donne, comme exemple, le schéma d'un abaque à



trois plans dont les contacts de position sont tangentiels et le contact de résolution ponctuel. Le plan II est fixé par rapport au plan I (contacts de position 1, 2, 3), tandis que le plan III est fixé par rapport aux plans I (contacts 4, 5) et II (contact 6). Le contact de résolution 7, dont les éléments sont répartis sur les trois plans, détermine l'inconnue.

AÉRODYNAMIQUE SUPERSONIQUE. — *Étude de certains régimes coniques.* Note (1) de M. **Paul Germain**, présentée par M. Joseph Pérès.

1. Nous supposerons que les hypothèses de linéarisation sont vérifiées. Dans ces conditions $\Phi(x, y, z)$ désignant le potentiel de perturbation d'un écoulement supersonique autour d'un obstacle, et Ox étant orienté suivant la vitesse générale, Φ est solution de

$$\beta^2 \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2}, \tag{1}$$

β^2 étant égal à $M^2 - 1$, M étant le nombre de Mach de l'écoulement non perturbé. L'obstacle ayant sa pointe avant placée à l'origine O des coordonnées, nous supposerons que l'obstacle est tout entier à l'intérieur du cône de Mach C de

(1) Séance du 23 décembre 1946.

sommet O. $\Phi(x, y, z)$ est donc identiquement nul à l'extérieur de C. L'écoulement est conique, si le long d'une demi-droite issue de O, la vitesse de l'écoulement reste équipollente à elle-même. Les composantes u, v, w de la vitesse de perturbation sont donc fonctions de x/r et de θ, si l'on pose $y = r\cos\theta$, $z = r\sin\theta$. M. Th. von Kàrmann, dans une récente conférence à l'Institut Henri Poincaré, a fait remarquer que si l'on posait

$$\xi = \operatorname{Arg\,Ch} \frac{x}{\beta r}, \tag{2}$$

ce qui est légitime à l'intérieur de C, u, v, w étaient alors solutions de l'équation de Laplace

$$\frac{\partial^2 f}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial \theta^2} = 0.$$

2. u, v, w ne sont naturellement pas des fonctions indépendantes. Elles satisfont aux équations exprimant que l'écoulement est irrotationnel. Posons $\zeta = \theta + i\xi$ et désignons par $U(\zeta)$, $V(\zeta)$, $W(\zeta)$ les fonctions analytiques de ζ dont les parties réelles sont respectivement $u(\theta, \xi)$, $v(\theta, \xi)$, $w(\theta, \xi)$; on montre alors facilement que U, V, W sont liées par les relations simples

$$-\beta \frac{dU}{d\zeta} = \frac{dW}{d\zeta}\frac{1}{\sin\zeta} = \frac{dV}{d\zeta}\frac{1}{\cos\zeta}. \tag{3}$$

3. Dans le cas général, la partie supérieure $(y > 0)$ du cône C est représentée sur le plan ζ sur la demi-bande limitée par le segment $(-\pi/2, +\pi/2)$ de l'axe des θ et les demi-droites $\zeta = -(\pi/2) + is$ et $\zeta = (\pi/2) + is$ $(s > 0)$. L'obstacle contient la demi-droite Ox, et est ainsi représenté par un arc de courbe γ, à distance finie; nous désignerons par D le domaine fermé borné ainsi délimité dans le plan ζ. Le long de γ, il faut exprimer que la vitesse est tangente à l'obstacle, ce qui fournit une relation linéaire entre v et w, ou encore une relation linéaire entre v et w et les dérivées $\partial v/\partial\theta$, $\partial w/\partial\theta$, $\partial v/\partial\xi$, $\partial w/\partial\xi$, qui doit être satisfaite le long de γ. Sur les autres frontières de D, on voit qu'il faut prendre $v = 0$.

Cherchons à déterminer la fonction $v(\theta, \xi)$ harmonique à l'intérieur de D. La dernière relation (3) permet d'exprimer $\partial w/\partial\xi$ et $\partial w/\partial\theta$ en fonction de $\partial v/\partial\xi$ et $\partial v/\partial\theta$. On est ainsi ramené à trouver une fonction harmonique, nulle sur une partie de la frontière de D, connaissant une relation linéaire entre cette fonction, sa dérivée normale et sa dérivée tangentielle sur la partie complémentaire (γ) de cette frontière.

4. Sans approfondir pour l'instant l'étude du cas général, nous allons étudier le cas où l'obstacle est un angle de sommet O dont le plan est parallèle à l'axe des z, et faiblement incliné sur l'axe des x (aile Δ). Les conditions limites sur l'obstacle se réduisent à $v = \delta = \text{const}$. Nous limitant toujours pour simplifier à la partie supérieure du cône C, on peut, étant données les hypothèses de

linéarisation, supposer que la condition $v = \delta$ est satisfaite aux points du plan zOx en lesquels se projette l'obstacle.

Le domaine D est alors la demi-bande tout entière, le contour γ étant formé par les demi-droites $\zeta = \pm \pi/2 + is$ ($\alpha \leq s$) où α correspond aux génératrices limites du Δ. On détermine d'abord V, puis U et W par les relations (3) et l'on obtient

$$U = \frac{\delta}{\pi\beta}\frac{\operatorname{ch}\alpha}{\operatorname{sh}\alpha}\operatorname{Log}\left(\frac{\operatorname{ch}(\alpha + i\zeta)}{\operatorname{ch}(\alpha - i\zeta)}\right), \qquad V = -\frac{i\delta}{\pi}\operatorname{Log}\left(\frac{\operatorname{ch}\alpha - \sin\zeta}{\operatorname{ch}\alpha + \sin\zeta}\right),$$

$$W = \frac{\delta}{\pi}\frac{\operatorname{ch}\alpha}{\operatorname{sh}\alpha}\operatorname{Log}\left(\frac{\operatorname{sh}\alpha + i\cos\zeta}{\operatorname{sh}\alpha - i\cos\zeta}\right).$$

On en déduit facilement la valeur de u sur l'aile (u est proportionnel au coefficient de pression)

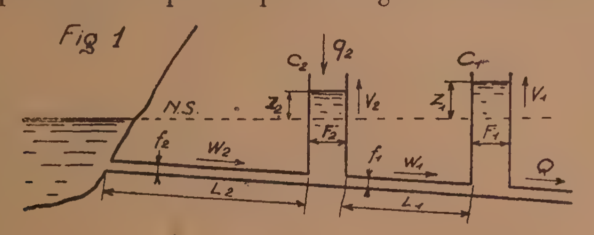
$$u = \frac{\delta}{\pi\beta\sqrt{n^2 - 1}}\operatorname{Log}\frac{\sqrt{n^2 - t^2} - \sqrt{n^2 - 1}}{\sqrt{n^2 - t^2} + \sqrt{n^2 - 1}},$$

en posant sur l'aile $\operatorname{ch}\zeta = n/t$ et $n = \operatorname{ch}\alpha$, ceci afin de retrouver le résultat de M. Allen E. Puckett [2]. On peut en effet écrire

$$u = -\frac{2\delta}{\pi\beta\sqrt{n^2 - 1}}\operatorname{Arg\,Ch}\left(n\sqrt{\frac{1 - \left(\frac{t}{n}\right)^2}{1 - t^2}}\right).$$

HYDRAULIQUE. — *Calcul des chambres d'équilibre dont le canal d'amenée collecte des débits d'apports. Cas où l'on néglige les pertes de charge.* Note [1] de M. **Léopold Escande**, transmise par M. Charles Camichel.

1° Considérons, tout d'abord, le cas d'une chambre d'équilibre captant un seul débit d'apport, par une chambre intermédiaire de section F_2 que nous supposons en premier lieu quelconque. La figure 1 donne les notations. On



trouve facilement que, dans le cas d'un arrêt complet instantané du débit Q_0 absorbé par les turbines, Z_1 et Z_2 sont donnés par les expressions

$$Z_1 = A\sin\alpha t + B\sin\beta t,$$

$$Z_2 = A\left(1 - \frac{\alpha^2}{\omega_1^2}\right)\sin\alpha t + B\left(1 - \frac{\beta^2}{\omega_1^2}\right)\sin\beta t,$$

(2) Voir l'article de cet auteur dans le *Journal of the Aeronautical Science* (septembre 1946). La méthode des sources utilisée par M. A. E. Puckett ne permet une détermination simple des vitesses que sur l'obstacle.

(1) Séance du 6 janvier 1947.

avec

$$A = \frac{Q_0}{\alpha F_1}\,\frac{\omega_1^2-\beta^2}{\alpha^2-\beta^2}, \qquad B = \frac{Q_0}{\beta F_1}\,\frac{\alpha^2-\omega_1^2}{\alpha^2-\beta^2},$$

$$\omega_1^2 = \frac{gf_1}{L_1F_1}, \qquad \omega_2^2 = \frac{gf_2}{L_2F_2}, \qquad K^2 = \frac{F_1}{F_2},$$

$$\left.\begin{matrix}\alpha\\ \beta\end{matrix}\right\} = \sqrt{\frac{\omega_2^2+\omega_1^2(1+K^2)\pm\sqrt{[\omega_2^2+\omega_1^2(1+K^2)]^2-4\omega_1^2\omega_2^2}}{2}}.$$

Ces expressions sont rigoureusement identiques à celles que nous avions obtenues en traitant le même problème, en l'absence du débit d'apport q_2 ([2]).

Tout se passe donc, au point de vue des oscillations, comme si, aucun apport n'intervenant en cours de route, le débit Q_0 des turbines provenait en totalité de la prise d'eau.

2° Examinons maintenant le même problème en supposant la section F_2 du puits de captation assez faible pour qu'on puisse négliger, dans les relations de continuité, les accumulations positives ou négatives qui se produisent dans ce puits, du fait des oscillations. On obtient dans ce cas, pour une fermeture complète instantanée du débit Q_0, l'expression suivante

$$Z_1 = Z'_* \sin 2\pi\frac{t}{T'},$$

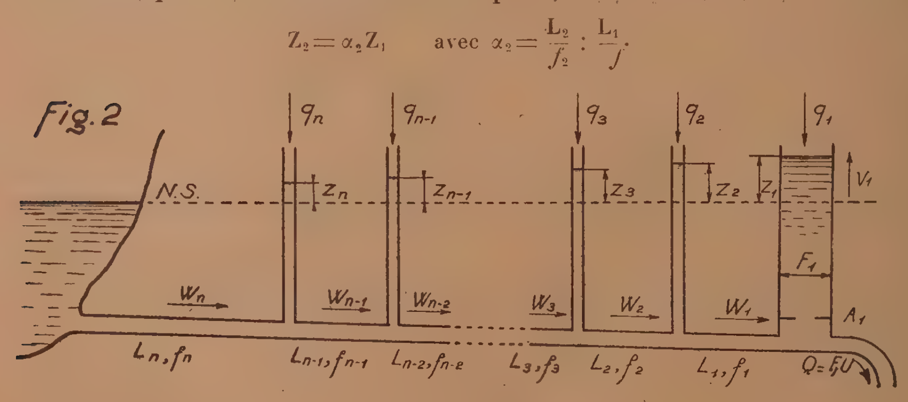
avec

$$T' = 2\pi\sqrt{\left(\frac{L_2}{f_2}+\frac{L_1}{f_1}\right)\frac{F_1}{g}}, \qquad Z'_* = \frac{Q_0}{F_1}\times\frac{T'}{2\pi}.$$

L'oscillation est la même que si, le puits intermédiaire et le débit d'apport n'existant pas, le débit total des turbines parcourait toute la longueur du canal d'amenée, au lieu d'être, pour partie, injecté en un point de ce canal.

On trouve, pour les oscillations dans le puits,

$$Z_2 = \alpha_2 Z_1 \qquad \text{avec } \alpha_2 = \frac{L_2}{f_2} : \frac{L_1}{f}.$$



3° Considérons enfin un canal d'amenée collectant $n-1$ débits d'apport constants, la chambre d'équilibre recevant, elle-même, un débit d'apport q_1; les

([2]) *Comptes rendus*, **213**, 1941, p. 57-59.

notations sont données par la figure 2. Nous supposons que les sections des puits de captation sont négligeables vis-à-vis de celle de la chambre d'équilibre.

L'étude de l'arrêt complet instantané du débit Q_0 des turbines, effectuée comme les précédentes, en négligeant les pertes de charge, conduit aux expressions suivantes :

$$Z_1 = Z'_* \sin 2\pi \frac{t}{T'}$$

avec

$$T' = 2\pi\sqrt{\left(\frac{L_1}{f_1} + \ldots + \frac{L_n}{f_n}\right)\frac{F_1}{g}}, \qquad Z'_* = \frac{Q_0}{F_1}\frac{T'}{2\pi}.$$

Le phénomène est identique à celui que l'on observerait si, les puits de captation et les débits d'apport n'existant pas, le débit des turbines provenait en totalité de la prise d'eau et parcourait toute la longueur du canal d'amenée. Ce résultat généralise le précédent et celui que nous avions déjà indiqué dans une Note antérieure (³).

On trouve, pour les puits de captation,

$$Z_{n-1} = \alpha_n Z_1, \qquad \text{avec } \alpha_n = \frac{L_n}{f_n} : \left[\frac{L_n}{f_n} + \ldots + \frac{L_1}{f_1}\right],$$

$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots,$$

$$Z_i = \alpha_i Z_1, \qquad \text{avec } \alpha_i = \left[\frac{L_n}{f_n} + \ldots + \frac{L_i}{f_i}\right] : \left[\frac{L_n}{f_n} + \ldots + \frac{L_1}{f_1}\right],$$

$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots,$$

$$Z_2 = \alpha_2 Z_1, \qquad \text{avec } \alpha_2 = \left[\frac{L_n}{f_n} + \ldots + \frac{L_2}{f_2}\right] : \left[\frac{L_n}{f_n} + \ldots + \frac{L_1}{f_1}\right].$$

MÉCANIQUE ONDULATOIRE. — *Sur la réflexion des corpuscules de spin $h/2\pi$.* Note de M. **Gérard Petiau**.

Nous considérons un faisceau incident de corpuscules de spin $h/2\pi$, monocinétiques, dont les trajectoires sont parallèles au plan XOZ et rencontrent le plan YOZ, $(X=0)$, sous l'incidence i. Dans la région $x<0$, le potentiel est nul tandis que dans la région $x>0$, les corpuscules sont soumis au potentiel scalaire constant positif $V=(h/2\pi)U$.

La fonction d'onde $\psi_{l_1 l_2}$ du corpuscule de spin $h/2\pi$ est solution dans le premier milieu de l'équation d'ondes

$$\left\{\frac{1}{i}\frac{1}{c}\partial_t(A_0^4) + \Sigma_p\left(-\frac{1}{i}\right)\partial_p(A_p^4) + k_0 A_4^4\right\}_{l_1 l_2, m_1 m_2} \psi_{m_1 m_2} = 0 \tag{1}$$

et dans le second milieu de l'équation

$$\left\{\left[\frac{1}{i}\frac{1}{c}\partial_t - U\right](A_0^4) + \Sigma_p\left(-\frac{1}{i}\right)\partial_p(A_p^4) + k_0 A_4^4\right\}_{l_1 l_2, m_1 m_2} \psi_{m_1 m_2} = 0 \tag{2}$$

(³) *Comptes rendus*, **222**, 1946, p. 1334.

avec

$$A_0^4 = \frac{1}{2}[(\alpha_0)_{i_1m_1}(\alpha_4)_{i_2m_2} + (\alpha_4)_{i_1m_1}(\alpha_0)_{i_2m_2}]; \qquad A_p^4 = \frac{1}{2}[(\alpha_p)_{i_1m_1}(\alpha_4)_{i_2m_2} + (\alpha_4)_{i_1m_1}(\alpha_p)_{i_2m_2}],$$

$$A_4^4 = (\alpha_4)_{i_1m_1}(\alpha_4)_{i_2m_2}; \qquad k_0 = \frac{2\pi}{h} m_0 c.$$

Nous représentons le faisceau incident, que nous supposons donné, par l'onde plane, solution de (1),

$$\psi_i = \mathfrak{A}_i\, e^{i[kct - |\vec{k}|(x\cos i + z\sin i)]} = \mathfrak{A}_i\, e^{i[kct - k_x x - k_z z]}.$$

Cette onde rencontrant le plan YOZ donne naissance dans le premier milieu à une onde plane réfléchie ψ_r et dans le second à une onde transmise ψ_t, qui, le potentiel étant constant, est également une onde plane.

Supposant le plan de discontinuité du potentiel $X = 0$ limite d'une zone de passage infiniment mince dans laquelle U est une fonction croissant rapidement, les terme en $\partial/\partial x$ doivent avoir les mêmes valeurs de part et d'autre de cette zone, ce qui nous conduit à l'équation de passage

$$(A_x^4)\psi_{i\,|\,x=0} + (A_x^4)\psi_{r\,|\,x=0} = (A_x^4)\psi_{t\,|\,x=0}.$$

La continuité des phases nous donne alors avec

$$k^2 = k_x^2 + k_z^2 + k_0^2, \qquad \left|\vec{k'}\right|^2 = (k - U)^2 - k_0^2 = k_x'^2 + k_z^2,$$

les expressions des ondes réfléchies et transmises

$$\psi_r = \mathfrak{A}_r\, e^{i[kct + k_x x - k_z z]}, \qquad \psi_t = \mathfrak{A}_t\, e^{i[kct - k'_x x - k_z z]}.$$

Suivant les valeurs relatives de k, U, i, nous avons différents cas à considérer, analogues à ceux que l'on rencontre dans la discussion de la réflexion des ondes électroniques qui conduit au paradoxe bien connu de Klein. Nous supposerons ici que nous sommes dans un cas où l'on a $(k - U)^2 - k_0^2 > 0$, c'est-à-dire soit $k_0 < k < U - k_0$, soit $k > U + k_0$, avec $k_z^2 < \left|\vec{k'}\right|^2$ et k'_x réel.

Nous déterminerons les amplitudes $\mathfrak{A}_r$ et $\mathfrak{A}_t$ en fonction de $\mathfrak{A}_i$ à partir des équations

(3) $$E_i\mathfrak{A}_i = [kA_0^4 + k_x A_x^4 + k_z A_z^4 + k_0 A_4^4]\mathfrak{A}_i = 0,$$

(4) $$E_r\mathfrak{A}_r = [kA_0^4 - k_x A_x^4 + k_z A_z^4 + k_0 A_4^4]\mathfrak{A}_r = 0,$$

(5) $$E_t\mathfrak{A}_t = [[k - U]A_0^4 + k'_x A_x^4 + k_z A_z^4 + k_0 A_4^4]\mathfrak{A}_t = 0,$$

(6) $$A_x^4\mathfrak{A}_i + A_x^4\mathfrak{A}_r = A_x^4\mathfrak{A}_t.$$

Dans les zones $x < 0$ et $x > 0$ (mais non pas dans la zone de passage), les équations (3), (4), (5) peuvent être remplacées par les systèmes de deux équations de Dirac

$$e_i^\nu\mathfrak{A}_i = [k + k_x\alpha_x + k_t\alpha_3 + k_0\alpha_4]\mathfrak{A}_i = 0, \qquad e_r^\nu\mathfrak{A}_r = [k - k_x\alpha_x + k_t\alpha_3 + k_0\alpha_4]\mathfrak{A}_r = 0,$$

$$e_t^\nu\mathfrak{A}_t = [k - U + k'_x\alpha_x + k_t\alpha_3 + k_0\alpha_4]\mathfrak{A}_t \qquad (\nu = 1, 2).$$

1° *Calcul de* $\mathfrak{A}_t$. — Nous multiplions l'équation (6) par l'opérateur $f^1_r f^2_r$ tel que

$$f_r\alpha_x = \alpha_x e_r = \alpha_x[e_t - 2k_x\alpha_x] = \alpha_x[e_t + \text{U} - (k'_x + k_x)\alpha_x],$$
$$f_r\alpha_4 = [k - k_x\alpha_x - k_t\alpha_t - k_0\alpha_4]\alpha_4 = \alpha_4[e_t - 2k_0\alpha_4] = \alpha_4[e_t + \text{U} + (k_x - k'_x)\alpha_x - 2k_0\alpha_4].$$

Nous obtenons alors immédiatement

$$8k_xk_0\mathfrak{A}_t = \{[\text{U}\alpha^{(1)}_x - (k'_x + k_x)][\text{U}\alpha^{(2)}_4 + (k_x - k'_x)\alpha^{(2)}_{4x} - 2k_0] + \text{symétrique}\}\mathfrak{A}_t.$$

A partir de cette équation, nous tirerons $\mathfrak{A}_t$ en fonction de $\mathfrak{A}_i$ en la multipliant successivement par $\text{F}^{(1)}\text{F}^{(2)}$ et $\text{G}^{(1)}\text{G}^{(2)}$, où

$$\text{F} = [\text{U}\alpha_x + (k'_x + k_x)], \qquad \text{G} = [\text{U}\alpha_4 + (k_x - k'_x)\alpha_{4x} + 2k_0].$$

Par combinaison, nous obtenons après réduction

$$2\frac{(k'_x + k_x)}{k_x}\mathfrak{A}_t = \left\{\frac{[\text{U}\alpha^{(1)}_x + (k'_x + k_x)][\text{U}\alpha^{(2)}_x + (k'_x + k_x)]}{k_x(k_x + k'_x) - k\text{U}} + \frac{[\text{U}\alpha^{(1)}_4 + (k'_x - k_x)\alpha^{(1)}_{x4} + 2k_0][\text{U}\alpha^{(2)}_4 + (k'_x - k_x)\alpha^{(2)}_{x4} + 2k_0]}{k_x(k'_x - k_x) + k\text{U} - 2k_0^2}\right\}\mathfrak{A}_i.$$

2° *Calcul de* $\mathfrak{A}_r$. — Nous multiplions (6) par $f^1_t f^2_t$, où

$$f_t\alpha_x = \alpha_x e_t = \alpha_x[e_i - \text{U} + (k'_x - k_x)\alpha_x] = \alpha_x[e_r - \text{U} + (k'_x + k_x)\alpha_x],$$
$$f_t\alpha_4 = \alpha_4[e_i - \text{U} + (k'_x + k_x)\alpha_x - 2k_0\alpha_4] = \alpha_4[e_r - \text{U} - (k'_x - k_x)\alpha_2 - 2k_0\alpha_4].$$

Nous obtenons alors entre $\mathfrak{A}_i$ et $\mathfrak{A}_r$ la relation

$$\{[(k'_x - k_x) - \text{U}\alpha^{(1)}_x][(k'_x + k_x)\alpha^{(2)}_{x4} - \text{U}\alpha^{(2)}_4 - 2k_0] + \text{sym}\}\mathfrak{A}_i$$
$$+ \{[(k'_x + k_x) - \text{U}\alpha^{(1)}_x][(k'_x - k_x)\alpha^{(2)}_{x4} - \text{U}\alpha^{(2)}_4 - 2k_0] + \text{sym}\}\mathfrak{A}_r = 0.$$

Multipliant cette équation successivement par $\text{F}^{(1)}\text{F}^{(2)}$, et par

$$[(k'_x - k_x)\alpha^{(1)}_{x4} - \text{U}\alpha^{(1)}_4 + 2k_0][(k'_x - k_x)\alpha^{(2)}_{x4} - \text{U}\alpha^{(2)}_4 + 2k_0],$$

nous obtenons après réduction l'amplitude de $\mathfrak{A}_r$ en fonction de $\mathfrak{A}_i$ par l'expression

$$4k_0(k'_x + k_x)\mathfrak{A}_r$$
$$= \left\{\frac{\text{U}(k + k_x\alpha^{(1)}_x)[k_0[\text{U}\alpha^{(2)}_x + (k'_x + k_x)] - [k_x(k'_x + k_x) - k\text{U}]\alpha^{(2)}_{x4}] + \text{sym}}{k_x(k'_x + k_x) - k\text{U}} + \frac{\left\{\begin{matrix}[\text{U}(k + k_x\alpha^{(1)}_x) + 2k_0(k_x\alpha^{(1)}_{x4} - k_0)] \\ \times [[k_x(k'_x - k_x) + k\text{U}]\alpha^{(2)}_{x4} + k_0[\text{U}\alpha^{(2)}_x - (k'_x - k_x)]]\end{matrix}\right\} + \text{sym}}{k_x(k'_x - k_x) + k\text{U} - 2k_0^2}\right\}\mathfrak{A}_i.$$

THERMODYNAMIQME. — *Influence de la nature du mélange combustible sur la vitesse des gaz éjectés par une tuyère.* Note [1] de M. **Max Serruys**, présentée par M. Albert Caquot.

Désignons par $p_1 v_1 T_1$ et $\mathfrak{M}_1$ la pression, le volume spécifique, la température absolue et la masse moléculaire moyenne en amont de la tuyère et admettons que l'on peut, pour la facilité de la discussion, confondre la loi de détente avec une polytropique d'exposant K.

Pour une pression aval p_2, la vitesse W_3 des gaz éjectés est évidemment définie par l'équation

$$(1)\qquad \frac{W_2^2}{2g} = p_1 v_1 \frac{K}{K-1}\left[1-\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{K-1}{K}}\right] = \frac{\mathcal{R}}{\mathfrak{M}_1} T_1 \frac{K}{K-1}\left[1-\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{K-1}{K}}\right];$$

ce qui montre que l'énergie cinétique des gaz éjectés est, toutes choses égales d'ailleurs, proportionnelle au quotient de la température de combustion T_1 par la masse moléculaire moyenne $\mathfrak{M}_1$ des gaz brûlés. Il est évident que T_1, $\mathfrak{M}_1$ et K varient simultanément avec la nature du mélange et en particulier que, si T_1 reste constant (par exemple du fait de la dissociation), K doit diminuer quand la chaleur dégagée par la combustion augmente.

1° Supposons constantes la température T_0 avant combustion, la chaleur Q_c réellement dégagée par unité de poids pendant la combustion ainsi que la chaleur spécifique moléculaire moyenne $\mathcal{C}$ des gaz brûlés dans l'intervalle $T_0 T_1$. On a évidemment

$$T_1 = T_0 + T_1 - T_0 = T_0 + Q_c \mathfrak{M}_1 / \mathcal{C}_{T_0}^{T_1},$$

d'où

$$(2)\qquad \frac{W_2^2}{2g} = \left[\frac{\mathcal{R}}{\mathfrak{M}_1} T_0 + \mathcal{R}(Q_c/\mathcal{C}_{T_0}^{T_1}\right]\frac{K}{K-1}\left[1-\left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{K-1}{K}}\right].$$

La formule (2) montre qu'à égalité de chaleur spécifique moléculaire moyenne des gaz brûlés, l'énergie cinétique des gaz est, toutes choses égales d'ailleurs, faiblement influencée par la valeur de la masse moléculaire moyenne des gaz brûlés (à égalité de chaleur réellement dégagée pendant la combustion Q_c).

2° Si l'on désigne par Q_d et Q_r les quantités de chaleur dégagées *par réaction chimique* et par unité de poids pendant la détente et ultérieurement, et par $\mathcal{P}_i$ le pouvoir calorifique inférieur du mélange combustible, on a d'ailleurs

$$Q_c = \mathcal{P}_i - Q_d - Q_r.$$

Comme la température aval T_2 est toujours beaucoup plus basse que la température amont T_1, la dissociation est généralement faible à cette tempé-

---

(1) Séance du 6 janvier 1947.

rature, en sorte qu'on peut négliger sinon Q_r au moins les variations de Q_r devant $\mathcal{T}_i$ ou Q_d. Quand $\mathcal{T}_i$ augmente, on peut donc admettre que Q_d tend à croître parallèlement. Le dégagement de chaleur correspondant tend à diminuer la valeur de K, mais la réassociation d'où il résulte tend à augmenter K (par réduction du nombre de molécules). Il y a donc lieu de se demander comment K varie quand $\mathcal{T}_i$ et Q_d augmentent. Cette question est heureusement résolue par notre précédente Communication.

Si $d[(Q_d)/CT] > |dn/n|$ (ce qui sera le cas le plus fréquent), K diminuera quand Q_d augmentera, et la vitesse d'éjection augmentera par conséquent avec $\mathcal{T}_i$. Ce sera le contraire si $d[(Q_d)/CT] < |dn/n|$.

3° Reste à se demander quelle peut être l'influence propre de la chaleur moléculaire moyenne des gaz brûlés sur la vitesse d'éjection; pour cela, il suffit d'écrire

$$\frac{W_2^2}{2g} = \frac{\mathcal{R}}{\mathfrak{M}_1} T_0 \frac{K}{K-1}\left[1-\left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{K-1}{K}}\right] + \frac{\mathcal{R} Q_c}{\mathcal{C}_{T_0}^{T_1}} \frac{\gamma}{\gamma-1} \frac{K/(K-1)}{\gamma/(\gamma-1)}\left[1-\left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{K-1}{K}}\right]$$

ou

$$(3)\qquad \frac{W_2^2}{2g} = \frac{\mathcal{R}}{\mathfrak{M}_1} T_0 \frac{K}{K-1}\left[1-\left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{K-1}{K}}\right] + EQ_c \frac{K/(K-1)}{\gamma/(\gamma-1)}\left[1-\left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{K-1}{K}}\right].$$

Toutes choses égales d'ailleurs et si l'on admet que K/γ reste sensiblement constant, on voit que tout accroissement de la chaleur spécifique moléculaire moyenne des gaz brûlés tend à diminuer K, donc γ, donc à accroître le premier terme et à diminuer le second.

En règle générale, le second terme étant de beaucoup le plus important, la vitesse d'éjection diminuera donc, toutes choses égales d'ailleurs, quand la chaleur moléculaire moyenne des gaz brûlés diminuera.

ÉLECTRONIQUE. — *Sur un amplificateur électronique à onde guidée dans un milieu de constante diélectrique élevée.* Note [1] de M. **Richard Wallauschek.**

Dans un guide cylindrique, dont presque toute la section est remplie d'un diélectrique de constante diélectrique ε_0 très élevée, se propage une onde guidée du type électrique longitudinal (E_0) dont la vitesse de phase est alors beaucoup plus petite que la vitesse de la lumière. Autour de l'axe électrique du guide, où existent surtout des composantes électriques axiales et où celles-ci prennent leur maximum, se trouve un cylindre vide qui est parcouru dans la direction de la propagation de l'onde par un faisceau électronique de

[1] Séance du 6 janvier 1947.

vitesse v_0 très voisine de la vitesse de phase de l'onde et de densité linéaire ρ_0. La section sans diélectrique étant assez petite, la composante électrique axiale dans le cylindre sera presque la même que si toute la section du guide était remplie de diélectrique, cette composante étant approximativement parallèle à la surface de ce diélectrique. On cherche les ondes se propageant dans le guide en interaction avec le faisceau.

Pour cela, on dispose des équations de Maxwell :

$$(1)\qquad \text{rot}\,\vec{\mathcal{H}} = \frac{\partial \varepsilon \vec{\mathcal{E}}}{\partial t} + 4\pi\rho\, v, \qquad \text{div}\,\vec{\mathcal{H}} = 0,$$

$$(2)\qquad \text{rot}\,\vec{\mathcal{E}} = -\frac{\partial \mu \vec{\mathcal{H}}}{\partial t} \qquad \text{div}\,\varepsilon\vec{\mathcal{E}} = 4\pi\rho,$$

de l'équation de Newton-Euler et de celle de la conservation de la charge

$$(3)\qquad \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{v}\nabla)\vec{v} = \frac{e}{m}\vec{\mathcal{E}},$$

$$(4)\qquad \frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div}(\rho\vec{v}) = 0.$$

[Les notations utilisées sont classiques.]

On admet l'existence de solutions pour $\vec{\mathcal{E}}$, $\vec{\mathcal{H}}$, $\vec{v}$, $\vec{\rho}$ qui se composent d'une partie indépendante du temps et d'une partie sinusoïdale d'amplitude $\vec{E}_1$, $\vec{H}_1$, $\vec{v}_1$, $\vec{\rho}_1$, dont les valeurs caractérisent le problème.

J'obtiens la solution au premier ordre près en $|\vec{v}_1|/|\vec{v}_0|$ et ρ_1/ρ_0 qui sont supposés $\ll 1$. On suppose en outre dans l'étude du faisceau que la composante électrique axiale est constante pour toute la section du faisceau et la vitesse des électrons toujours parallèle à l'axe, ce qu'on réalise par exemple par une focalisation magnétique.

La méthode de calcul est la suivante : pour chacune des deux ondes se propageant en sens contraire dans le guide sans faisceau $\vec{E}_1^*$ et $\vec{E}_1'^*$ (ondes primitives), on essaie une solution pour l'onde modifiée par le faisceau de la forme

$$(5)\qquad \vec{E}_1 = \vec{E}_1^*\, e^{\gamma' z}, \qquad \vec{E}'_1 = \vec{E}_1'^*\, e^{\gamma' z}.$$

On applique cette solution d'abord à la section du faisceau avec une expression analogue pour la vitesse

$$(6)\qquad \vec{v}_1 = \vec{v}_1^*\, e^{\gamma' z}.$$

Alors on cherche à raccorder les phénomènes dans le diélectrique et ceux dans le faisceau par une application approximative du théorème d'Ampère.

On trouve pour la constante de propagation additive :

(7) $$\gamma' = \beta' + j\alpha',$$

dont les solutions sont les suivantes : *a*. pour les ondes progressives :

D'une part,

(8) $$\left\{\begin{array}{l}\alpha'_{1,2} = -j\sqrt[3]{B}\,\frac{1}{2},\\ \beta'_{1,2} = \pm\sqrt[3]{B}\,\frac{\sqrt{3}}{2},\end{array}\right.$$

avec

$$B = \sqrt[3]{\frac{-\rho_0}{\rho_0(2\varepsilon_0 - 1)\omega}\,K},$$

K étant une constante positive dépendant de la géométrie du tube et des unités.

D'autre part,

(9) $$\left\{\begin{array}{l}\alpha'_3 = j\sqrt[3]{B},\\ \beta'_3 = 0.\end{array}\right.$$

b. pour l'onde réfléchie γ' est imaginaire pur. On montre donc l'existence de deux ondes, l'une d'amplitude croissante, l'autre d'amplitude décroissante, valables pour un petit domaine de vitesse du faisceau autour de la vitesse de phase de l'onde primitive, ces ondes ayant une vitesse de phase inférieure à la vitesse du faisceau et de deux ondes d'amplitude constante (onde progressive et onde réfléchie) en absence de tout affaiblissement dans le guide, dont la vitesse de phase est supérieure à la vitesse des électrons. Par combinaison de ces quatre ondes on peut satisfaire aux conditions aux limites aux extrémités du guide.

SPECTROSCOPIE. — *Spectres d'absorption infrarouges de produits de polymérisation d'hydrocarbures.* Note [1] de MM. **Jean Lecomte**, **Jacob J. Leendertse** et **Hein I. Waterman**, présentée par M. Jean Cabannes.

Les produits de polymérisation ont été préparés au Laboratoire de Chimie industrielle de Delft, qui a déterminé par ailleurs d'autres constantes physiques, concernant leur structure chimique. Ces recherches, proposées dès 1938 par ce Laboratoire, terminées en 1939, mais non publiées par suite des circonstances, ont été effectuées, ainsi que leur interprétation, au Laboratoire de Physique de la Sorbonne. Avec la technique habituelle, entre 550 et 1400^{cm-1} environ, sans difficulté, même quand il s'agissait de produits fluorescents, nous avons examiné une trentaine d'échantillons, qui se classent de la manière suivante :

---

[1] Séance du 6 janvier 1947.

Séries des échantillons.	Hydrocarbures polymérisés.	Traitement ultérieur.	Nombre d'échantillons.	Points d'ébullition.	Poids moléculaires.		Références.
I...	Pentène-2	Hydrogénation	7	35 à 110°C.	235 à	408	(1)
II...	Isopentènes (*)	»	7	(vide cathodique)	155	379	(2)
III...	»	Sans hydrogénation	4	–	225	390	(2)
IV...	Cyclohexène	Sans »	3	–	200	265	(3)
		Après »	4	–	170	420	(3)
V...	Tétrahydro-naphtalène	Hydrogénation	3	–	235	289	(4)
VI...	Pinène	Sans hydrogénation	1	–	–		(5)
VII...	Hexadécène	Sans ou après hydrogénation	3	–	235	1482	(6)

(*) Composés principalement de triméthyléthylène et de méthyléthyléthylène asymétrique.

Références. — (1) H. I. Waterman, J. J. Leendertse et W. W. Kalzinga, *Rec. Trav. chim., Pays-Bas*, 54, 1935, pp. 79-84; (2) H. I. Waterman, J. J. Leendertse et J. Ph. Makking, *J. Inst. Petroleum Technol.*, 22, 1936, pp. 333-340; (3) H. I. Waterman, J. J. Leendertse et A. C. Ter Poorten, *Rec. Trav. chim., Pays-Bas*, 54, 1935, pp. 245-248; (4) H. I. Waterman, J. J. Leendertse et J. B. Nieman, *Rec. Trav. chim., Pays-Bas*, 56, 1937, pp. 59-64; (5) H. I. Waterman, J. J. Leendertse et W. A. A. Blanche Kœlensmid, *Rec. Trav. chim., Pays-Bas*, 55, 1936, pp. 7-12; (6) H. I. Waterman et J. J. Leendertse, *J. Inst. Petroleum Technol.*, 24, 1938, pp. 16-37.

1° *L'étude du spectre d'absorption infrarouge de ces produits de polymérisation d'hydrocarbures permet de mettre en évidence la nature des composés obtenus.* Pour ceux qui sont indiqués sous les numéros I, II, III, il s'agit d'hydrocarbures aliphatiques à chaîne ramifiée. La position des maxima se présente comme différente avec (I) d'une part, ou avec (II) ou (III) d'autre part. Dans le premier cas, nos déterminations indiquent qu'il s'agit d'hydrocarbures à chaîne relativement peu ramifiée. Pour ces identifications, le diagnostic de la longueur de la chaîne sans ramifications se fait, comme d'habitude, entre 7-9 et 13-14μ, celui de la position de la liaison éthylénique entre 10 et 12μ. Par contre, les naphtènes, dont la présence s'établit avec d'autres méthodes physicochimiques, ne se décèlent pas nettement dans nos mesures.

Les échantillons IV contiennent des produits de polymérisation pure (dicyclohexyle, tricyclohexyle, ...) mais aussi des polymères du genre des hydroanthracènes qu'il n'était pas facile de mettre en évidence sans le spectre infrarouge.

Une petite quantité de décahydronaphtalène, un composé anthracénique saturé, et probablement aussi des hydrocarbures du groupe du phénanthrène se trouvent dans les échantillons V.

Le spectre d'absorption du pinène ne ressemble à celui d'aucun autre hydrocarbure; il en est de même de celui de l'échantillon VI (solide jaunâtre).

L'hexadécène donne, par polymérisation, des hydrocarbures très peu rami-

fiés ou à chaîne entièrement droite. L'aspect des spectres rappelle ceux de l'hentriacontane, du méthyl-16 hentriacontane et du méthyl-13 pentacosane qui sont donnés ailleurs.

2° *Lorsque l'on examine, dans une même série, des produits de polymérisation possédant des poids moléculaires très différents, ni la position des maxima, ni leur intensité ne varient de façon notable.* Il n'est donc pas possible, comme l'avaient signalé différents auteurs pour d'autres substances, de suivre les progrès de la polymérisation, en déterminant la longueur des chaînes carbonées ou le nombre des cycles.

Nos spectres caractérisent donc, non pas la molécule tout entière, mais un *motif*, qui se reproduit un plus ou moins grand nombre de fois, pour arriver à des poids moléculaires élevés. Ce résultat, qui se retrouve d'ailleurs avec d'autres substances comme les protéines, les tissus d'animaux, et, d'une manière générale, de grosses molécules, présente deux avantages pratiques :

a. Si au lieu du spectre d'un *motif*, nous décelions celui de la molécule tout entière, nous arriverions à un très grand nombre de maxima d'absorption qui resteraient, ou bien confondus, ou bien impossibles à interpréter;

b. La présence du *motif* permet de mettre immédiatement en évidence la manière dont se fait la polymérisation dans chaque cas.

En résumé : les spectres d'absorption infrarouges sont applicables et intéressants pour étudier les produits de polymérisation obtenus à partir d'hydrocarbures non saturés.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Réactions d'échanges entre dérivés arséniés et thioarséniés. Influence du solvant.* Note (¹) de Mlle **Monique Martin**, Mme **Pascaline Daudel**, MM. **Raymond Daudel** et **Pierre Magnier**.

Nous avons appliqué la méthode des indicateurs radioactifs à l'étude des réactions d'échange qui prennent naissance entre divers arséniates et thioarsénites ou thioarséniates dans des conditions variées.

Le radioarsenic a été préparé par effet Szilard à partir de l'arséniate de sodium [2].

Voici les résultats obtenus :

1° Thioarséniate d'ammonium dissous dans l'eau + thioarséniate de cadmium précipité → échange complet en moins de deux minutes.

2° Thioarsénite d'ammonium dissous dans l'eau + thioarséniate de cadmium précipité → échange complet en moins de deux minutes.

3° Thioarséniate d'ammonium dissous dans l'eau + arséniate d'ammonium dissous → échange très faible ou nul en 20 minutes.

---

(1) Séance du 6 janvier 1947.

(2) R. Daudel, *Comptes rendus*, 214, 1942, pp. 545-547.

4° Thioarsénite d'ammonium dissous dans l'eau + arséniate d'ammonium dissous → échange très faible ou nul.

5° Pentasulfure d'arsenic précipité + arséniate d'ammonium dissous dans l'eau :

		%
Échange apparent en	45 minutes	0,8
»	114 heures	5

→ Échange lent ou phénomènes d'adsorption.

6° Trisulfure d'arsenic précipité + arséniate d'ammonium dissous dans l'eau :

		%
Échange apparent en	11 minutes	0,6
»	80 minutes	1,8
»	23 heures	2,2
»	64 heures	7
»	112 heures	9,8

→ Échange lent ou phénomènes d'adsorption.

7° Arsénite d'argent précipité + Arsénite de sodium dissous dans l'eau (³) :

		%
Échange en	10 minutes	< 3
»	2 heures	< 9

8° Pentasulfure d'arsenic dissous dans NH_3 *liquéfié* + arséniate d'ammonium peu soluble → échange d'environ 50 % en 40 minutes.

9° Trisulfure d'arsenic dissous dans NH_3 *liquéfié* + arséniate d'ammonium peu soluble.

Échange d'environ 50 % en 40 minutes.

En résumé, on peut dire que tandis qu'il y a échange facile dans le cas des systèmes renfermant uniquement des ions thioarséniés, il n'y a pas d'échange ou des échanges très lents dans les systèmes renfermant un ion arsénié et un ion thioarsénié, ou deux ions arséniés en milieu aqueux.

Le remplacement de l'eau par l'ammoniac liquide semble rendre possible ou tout au moins accélérer les réactions d'échanges dans ce deuxième groupe de systèmes.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Étude physicochimique sur la constitution des hétéropolyacides. (Acide phospho-12 tungstique et acide phospho-12 molybdénique).* Note (¹) de MM. **Raluca Ripan** et **Candin Liteanu.**

Nous avons montré pour l'acide silico-12 tungstique (²) $[Si(W_2O_7)_6]H_8 xH_2O$, l'existence d'une propriété nouvelle en solution aqueuse. Ainsi au lieu de la

(³) P. Daudel, *Revue scientifique*, 1946.

(¹) Séance du 21 octobre 1946.

(²) *Bl. Acad. Roum.*, **27**, 1945, p. 633; **28**, 1946, p. 521.

dissociation classique des polyacides, l'acide silico-12 tungstique manifeste en solution aqueuse une dissociation sans étapes pour quatre ions d'hydrogène, propriété tout à fait nouvelle pour les polyacides, que nous avons proposé d'appeler *dissociation unique*.

Dans une étude analogue, en mesurant la variation de la concentration des ions d'hydrogène avec la dilution, nous avons retrouvé la même propriété pour l'acide phospho-12 tungstique (tableau I), (*fig.* 1; courbe A, variation du pH; courbe B, variation des H^+ dissociés), et pour l'acide phospho-12 molybdénique (tableau II), (*fig.* 1; courbe A′, variation du pH; courbe B′, variation des H^+ dissociés).

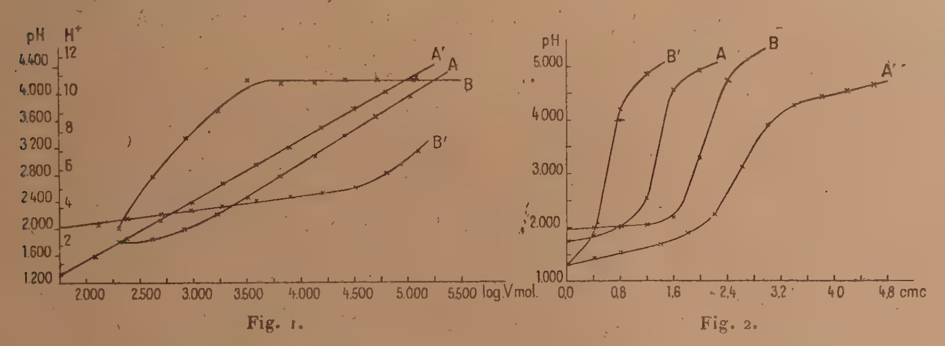


Fig. 1. Fig. 2.

TABLEAU I. — *Variation de la dissociation des ions d'hydrogène de l'acide phospho-12 tungstique avec la dilution.*

Volume moléculaire.	pH.	Nombre des H+ dissocié.	Volume moléculaire.	pH.	Nombre des H+ dissocié.
200.....	1,825	2,9	12800.....	3,078	10,6
400.....	1,852	5,6	25600.....	3,375	10,7
800.....	2,011	7,7	51200.....	3,672	10,8
1600.....	2,240	9,1	102400.....	3,967	10,9
3200.....	2,470	10,7	204800.....	4,277	10,7
6400.....	2,785	10,4			

TABLEAU II. — *Variation de la dissociation des ions d'hydrogène de l'acide phospho-12 molybdénique avec la dilution.*

Volume moléculaire.	pH.	Nombre des H+ dissocié.	Volume moléculaire.	pH.	Nombre des H+ dissocié.
60.....	1,312	2,9	3840.....	2,953	4,4
120.....	1,590	3,1	7680.....	3,228	4,5
240.....	1,849	3,4	15360.....	3,502	4,8
480.....	2,123	3,6	30720.....	3,776	5,1
960.....	2,398	3,8	61440.....	4,021	5,8
1920.....	2,678	4,0	122880.....	4,241	7,0

On constate encore à partir des mesures ci-dessus que l'acide phospho-12 molybdénique est plus stable en solution aqueuse que l'acide phospho-12 tungstique.

Les deux hétéropolyacides possèdent 3 ions d'hydrogène qui subissent en solution aqueuse la dissociation unique.

Les études mentionnées pour l'acide silico-12 tungstique et l'étude présente confirment que les hétéropolyacides possèdent deux sortes de basicité.

Une basicité forte, identique à celle des acides forts, qui en solution aqueuse se manifeste par la dissociation unique d'un nombre donné d'ions d'hydrogène (4 pour l'acide silico-12 tungstique et 3 pour les acides phospho-12 tungstique et phospho-12 molybdénique), et une basicité faible, qui se manifeste dès que l'acidité forte est neutralisée ([3]).

Le tableau III nous montre que les phospho-12 tungstiques et les phospho-12 molybdates de pyridine et d'urotropine se forment pour le même pH que les chlorhydrates respectifs.

TABLEAU III.

Sel.	pH de formation.	Concentration.
ClH.Urtp..................	2,937	ClH $n/20$; Urtp $n/10$
ClH.Py..................	3,128	ClH $n/7,9132$; Py$n/5,8112$
$[P(W_2O_7)_6]H_7.Urtp_3$.....	3,389	l'acide $n/37,8854$; Urtp $n/4,889$
$[P(W_2O_7)_6]H_7.Py_3$......	3,322	l'acide $n/54,4625$; Py $n/9,2192$
$[P(Mo_2O_7)_6]H_7.Urtp_3$....	3,002	l'acide $n/20$; Urtp $n/10$
$[P(Mo_2O_7)_6]H_7.Py_3$.....	3,297	l'acide $n/20$; Py $n/5,8112$

Cette identité nous montre que les trois ions d'hydrogène correspondent à un acide fort.

Nous avons aussi trouvé que la courbe de neutralisation de ces deux hétéropolyacides est aussi analogue à celle d'un acide fort, mais trois fois plus concentré (*fig.* 2, courbe A; la neutralisation de l'acide phospho-12 tungstique avec l'Urtp et courbe B, avec Py; *fig.* 2, courbe A'; la neutralisation de l'acide phospho-12 molybdénique avec l'Urtp et courbe B', avec Py).

Ce comportement prouve que trois des atomes d'hydrogène se trouvent fixés différemment des autres dans la molécule de l'acide, mais tous les trois de la même manière.

Nos résultats sont en concordance avec les travaux de A. Bradley et J. W. Illingworth ([4]) qui, dans une étude röntgénographique sur le réseau cristallin de l'acide phospho-12 tungstique, ont déduit l'existence dans la molécule d'anions de la forme $(PW_{12}O_{40})^{-3}$, et de cations de la forme $(H_3.29H_2O)^{+3}$.

Cette considération explique aisément la nouvelle propriété (*la dissociation unique*) trouvée par nous pour les hétéropolyacides.

([3]) R. RIPAN et C. LITEANU, *Bl. Acad. Roum.*, **28**, 1946, p. 521.

([4]) *Proc. Roy. Soc. London*, série A, **157**, 1936, p. 113.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Constitution des groupements esters du nitrate de cellulose.* Note (¹) de MM. **Georges Champetier** et **Pierre L. Clément**, présentée par M. Louis Hackspill.

La constitution chimique des groupements — O — NO_2 du nitrate de cellulose peut se déduire de l'étude comparative des spectres d'absorption dans l'infrarouge, entre 5 et $8^{\mu},5$ de différentes séries de composés oxycarbonés et oxyazotés qui présentent des structures spectrographiques analogues, du fait de l'équivalence des masses atomiques susceptibles d'entrer en vibration :

1° Les dérivés nitrés et les sels métalliques d'acides carboxyliques pour lesquels il est admis une résonance quantique entre les deux atomes d'oxygène liés à l'azote ou au carbone

$$R-N\langle{}^{O}_{O} \quad \text{et} \quad \left[R-C\langle{}^{O}_{O}\right]^{-} M^{+}$$

présentent deux bandes d'absorption caractéristiques du groupement résonnant et respectivement situées à $6^{\mu},30$-$6^{\mu},50$ et $7^{\mu},00$-$7^{\mu},20$.

2° Les nitrites et les formiates organiques ont une structure R — O — N = O et R — O — C(H) = O identifiable par deux bandes d'absorption à $5^{\mu},80$-$6^{\mu},00$ et $8^{\mu},65$. Les bandes à $5^{\mu},80$ et $6^{\mu},00$ sont caractéristiques d'une double liaison >C = O et — N = O et assez indépendantes du radical hydrocarboné R.

3° Pour les nitrates alcooliques, de nombreux auteurs admettent une structure symétrique en résonance du type

(I) $$R-O-N\langle{}^{O}_{O}.$$

Une constitution sous la forme peroxyde

(II) $$R-O-O-N=O$$

a également été proposée [W. H. Bruhl (²)]. Cette formule, adoptée par H. Staudinger (³) pour le nitrate de cellulose, semble avoir été soupçonnée par L. Vignon (⁴) dans une étude du pouvoir réducteur des *nitrooxycelluloses*.

Enfin, on ne peut rejeter *a priori* la possibilité d'une troisième formule

(III) $$R-O-N\langle{}^{O}_{\searrow O},$$

qui respecte les coordinences des différents atomes en présence.

(¹) Séance du 6 janvier 1947.

(²) *Ber. d. chem. Ges.*, 31, 1898, p. 1350.

(³) *Über die Makromol. Chem. der cellulose nitrate* (Herder Druckerei, Fribourg in Brisgau, 1946).

(⁴) *Comptes rendus*, 131, 1900, p. 509; 133, 1901, p. 540; 136, 1903, p. 818.

L'utilisation d'un spectrographe à pouvoir dispersif élevé semble pouvoir lever ces indéterminations ([5]). Comme il était à prévoir, le spectre du nitrate de cellulose coïncide en tous points avec celui des nitrates alcooliques. Les bandes d'absorption des groupements esters se situent à $6^{\mu},00$ et $7^{\mu},80$ ce qui les distingue sans ambiguïté de celles des dérivés nitrés et élimine la forme résonnante (I). La présence d'un oxygène entre le radical hydrocarboné et la fonction NO_2 ne peut être responsable de la modification de fréquence qui apparaît pour ce dernier groupement, puisque suivant un raisonnement analogue, les carbonates alcalins organiques, de formule $(R—O—CO_2)^- M^+$, ont un spectre identique à celui des sels métalliques d'acides carboxyliques en accord avec une possibilité de résonance entre les deux oxygènes $\left[R—O—C\begin{smallmatrix}\nearrow O\\ \searrow O\end{smallmatrix}\right]^- M^+$.

Par contre, la présence d'une bande à $6^{\mu},00$ superposable à celle des nitrites suggère l'existence d'une double liaison —N=O qui justifie aussi bien une constitution peroxydique (II) R—O—O—N=O qu'une configuration du type (III) $R—O—N\begin{smallmatrix}\nearrow O\\ \searrow O\end{smallmatrix}$.

Du point de vue spectral, la formule (II) s'apparente à celle des esters formiques pour lesquelles les doubles liaisons —N=O et >C=O sont liées à une seule masse

(II$_a$) R—O—O—N=O (II$_b$) R—O—C=O.
H

La formule (III) s'apparente au contraire à celle des esters acétiques pour lesquels deux masses sont fixées aux doubles liaisons

(III$_a$) $R—O—N\begin{smallmatrix}\nearrow O\\ \searrow O\end{smallmatrix}$ et (III$_b$) $R—O—C\begin{smallmatrix}\nearrow O\\ \searrow CH_3\end{smallmatrix}$.

Or, il apparaît que, dans la série carboxylique, le passage de la structure (II$_b$) à (III$_b$) ne se manifeste que par un déplacement de bande de $8^{\mu},65$ (pour les

COMPOSÉS OXYCARBONÉS			COMPOSÉS OXYAZOTÉS		
SELS D'ACIDES CARBOXYLIQUES	$R—C\begin{smallmatrix}\nearrow O\\ \searrow O\end{smallmatrix}^{(-)}$			$R—N\begin{smallmatrix}\nearrow O\\ \searrow O\end{smallmatrix}$	HYDROCARBURES NITRÉS
ESTERS FORMIQUES	$R—O—C\begin{smallmatrix}\nearrow O\\ H\end{smallmatrix}$			$R—O—N=O$	ESTERS NITREUX
ESTERS ACÉTIQUES	$R—O—C\begin{smallmatrix}\nearrow O\\ \searrow CH_3\end{smallmatrix}$			$R—O—N\begin{smallmatrix}\nearrow O\\ \searrow O\end{smallmatrix}$	ESTERS NITRIQUES (NITROCELLULOSE)
		8 7 6 μ	8 7 6		

formiates) à $8^{\mu},00$, aussi bien pour les acétates (dont l'acétate de cellulose) que pour les esters d'acides carboxyliques.

([5]) H. Lenormant et P. L. Clément, *Bull. Soc. Chim.*, 1946, p. 559.

En conclusion, les grandes analogies spectrales observées entre les nitrates alcooliques et les esters d'acide carboxyliques (en particulier la présence commune d'une bande d'absorption vers 8^{μ} qui est déplacée vers $8^{\mu},65$ pour les esters nitreux et formiques), l'existence enfin d'une double liaison —N=O et >C=O conduisent à justifier pour les groupements étudiés la structure (II) $R—O—N\begin{smallmatrix}\nearrow O\\ \searrow O\end{smallmatrix}$ pour laquelle un atome d'oxygène est relié à l'azote par une liaison semi-polaire relativement labile.

Cette constitution s'accorde avec certains caractères physicochimiques des nitrates de cellulose.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Contribution à la chimie du chromanne.* Note (¹) de M. **Georges Chatelus**, présentée par M. Marcel Delépine.

Le chromanne (I), composé hétérocyclique oxygéné, est le représentant le plus simple d'une famille de substances organiques intéressantes (flavanne, tocophérol, etc.). Il a été très peu étudié jusqu'ici, étant donnée la difficulté de sa préparation. Dans le présent travail, en ayant préparé une quantité suffisante, j'ai pu déterminer quelques-unes de ses propriétés chimiques, en particulier son comportement vis-à-vis de la réaction de Friedel-Crafts, qui n'avait, à ma connaissance, pas encore été signalé dans la bibliographie.

Pour préparer (I) j'ai essayé plusieurs méthodes déjà connues. 1° Cyclisation de l'alcool γ-phénoxy-propylique $C_6H_5.O.(CH_2)_3OH$ et de son bromure au moyen du chlorure de zinc anhydre, à 200-220°, selon Rindfusz (²), ce qui ne m'a donné que des quantités infimes du produit attendu. Malgré de nombreux essais, je n'ai pu reproduire les résultats obtenus par l'auteur. 2° Cyclisation de ce même alcool, au moyen de P_2O_5 sans solvant et sans chauffage, ce qui permet d'obtenir (I) avec 50 % de rendement. C'est à mon avis la méthode la plus rapide et la plus simple. 3° A partir de la coumarine selon de Benneville (³), par hydrogénation avec le chromite de cuivre comme catalyseur, à 250°, ce qui donne l'alcool *o*-hydroxy-γ-phényl-propylique, dont le bromure traité par la soude aqueuse se cyclise en chromanne avec 60 % de rendement environ. C'est la méthode que j'ai employée pour accéder à une quantité importante de ce composé. J'ai aussi essayé de réduire, par le procédé de Clemmensen, la dihydrocoumarine, mais sans résultat appréciable.

La réduction, selon Clemmenson, de la chromannone (XIV) donne bien du chromanne, mais étant donné le mauvais rendement de la préparation de cette cétone, cette méthode ne peut être retenue. Le chromanne se prête très bien à

(¹) Séance du 13 janvier 1947.

(²) *J. Amer. Chem. Soc.*, 41, 1919, p. 665.

(³) *J. Amer. Chem. Soc.*, 62, 1940, p. 283.

la réaction de Friedel-Crafts; je l'ai condensé avec les chlorures d'acides suivants : acétique, propionique, benzoïque, phénylacétique, ainsi qu'avec les chlorures des monoesters succinique et glutarique.

J'ai obtenu ainsi l'acétyl-6-chromanne (II), le propionyl-6-chromanne (III), le benzoyl-6-chromanne (IV), le phénacétyl-6-chromanne (V), l'ester méthylique de l'acide β-6-chromannoyl-propionique (VI) et l'ester éthylique de l'acide γ-6-chromannoyl-butyrique (VII).

(I) $R = H$;
(II) $R = CO.CH_3$;
(III) $R = CO.CH_2.CH_3$;
(IV) $R = CO.C_6H_5$;
(V) $R = CO.CH_2.C_6H_5$;
(VI) $R = CO.(CH_2)_2.CO_2CH_3$;
(VII) $R = CO.(CH_2)_3.CO_2C_2H_5$;
(VIII) $R = CH_2.CH_3$;
(IX) $R = CH_2.CH_2.CH_3$;
(X) $R = CO.(CH_2)_2.CO_2H$;
(XI) $R = (CH_2)_3.CO_2H$;
(XII) $R = CO.(CH_2)_3.CO_2H$;
(XIII) $R = (CH_2)_4.CO_2H$.

(XIV)

J'ai réduit (II) et (III), selon Clémmensen, en éthyl-6 chromanne (VIII) et *n*-propyl-6 chromanne (IX).

J'ai saponifié (VI) en acide β-6-chromannoyl-propionique (X) et (VII) en acide γ-6-chromannoyl-butyrique (XII) et réduit ces deux acides cétoniques en acide γ-6-chromannyl-butyrique (XI) et δ-6-chromannyl-valérique (XIII).

Partie expérimentale. — Le point de départ, le chromanne (I) $C_9H_{10}O$, $É_{10}$ 88-90°, $É_{13}$ 92-94°, n_D^{15} 1,5490, d_4^8 1,0533, est un liquide d'odeur agréable, se colorant assez rapidement à l'air et à la lumière.

Les condensations de Friedel-Crafts ont été effectuées de la façon suivante : on refroidit à —10° un mélange de $0^{mol},1$ de (I) et $0^{mol},1$ de chlorure d'acide dans 70^{cm^3} de CS_2, puis ajoute peu à peu, en agitant à la main, $0^{mol},15$ de Cl_3Al anhydre pulvérisé en l'espace de 15 minutes, laisse 1 heure à température ambiante; le complexe foncé qui s'est formé s'est alors déposé à la partie inférieure. On décompose et la suite des opérations habituelles permet d'isoler le produit de la réaction; le rendement atteint 65 % pour la plupart des essais, mais s'abaisse rapidement si on laisse séjourner le mélange réactionnel plus d'une heure, à la température du laboratoire. Malgré les précautions prises, on obtient toujours une certaine quantité de résines et résidus indistillables. Chaque condensation n'a permis d'isoler qu'un seul produit défini substitué en 6 : il ne semble pas se former d'isomère de position.

(II) $C_{11}H_{12}O_2$, $É_{16}$ 174°, $É_{18}$ 180°, F 45°, beaux cristaux incolores (éther de pétrole). Semicarbazone $C_{12}H_{15}O_2N_3$, F 261°, petits cristaux incolores peu solubles dans l'alcool; (III) $C_{12}H_{14}O_2$, $É_{19}$ 198-200°, n_D^{15} 1,5645, F 36-38° (éther de pétrole), cristaux incolores. Semicarbazone $C_{13}H_{17}O_2N_3$, F 242°, peu soluble dans l'alcool; (IV) $C_{16}H_{14}O_2$, $É_{14}$ 252-255°, déjà signalé par

Kostanecki, Lampe, Marschalk [4]; (V) $C_{17}H_{16}O_2$, $É_{15}$ 255-260°, liquide visqueux, cristallisant en beaux cristaux incolores (alcool) F 80, 5-81°; (VI) $C_{14}H_{16}O_4$, $É_{17}$ 235°, liquide jaune clair assez visqueux; (VII) $C_{16}H_{20}O_4$, $É_{13}$ 250°, cristallise en aiguilles incolores (éther de pétrole) F 44-45°.

(VIII) $C_{11}H_{14}O$, $É_{17}$ 127°, liquide fluide, incolore, d'odeur pénétrante, différente de celle de (I), n_D^{15} 1,5320, d_4^8 1,0195; (IX) $C_{12}H_{16}O$, $É_{17}$ 136-138°, liquide d'odeur forte rappelant celle de (VIII), n_D^{15} 1,5265; (X) $C_{13}H_{14}O_4$, F 108,5-109°,5 fines paillettes incolores (du benzène); (XI) $C_{13}H_{16}O_3$, $É_{14}$ 231-233°, liquide visqueux, donnant de beaux cristaux incolores (benzène + éther de pétrole), F 57,5-58°5. Amide correspondant $C_{13}H_{17}O_2N$, cristaux incolores très solubles dans l'alcool, F 119-120° (benzène + éther de pétrole); (XII) $C_{14}H_{16}O_4$, F 93-94°, cristaux incolores (benzène). Semicarbazone, $C_{15}H_{19}O_4N_3$, F 255°, cristaux incolores assez peu solubles dans l'alcool; (XIII) $C_{14}H_{18}O_3$, $É_{13}$ 238°, F 87,5-88,5. Amide correspondant $C_{14}H_{19}O_2N$, cristaux incolores assez solubles dans l'alcool, F 103-104° (benzène + éther de pétrole).

GÉOLOGIE. — *Le problème du Sahel de Sousse et de Sfax (Tunisie).* Note [1] de M. **Gilbert Castany**, présentée par M. Charles Jacob.

A l'Est de la Tunisie centrale, s'étend une vaste région, couverte de dépôts récents, affectés de bombements à grand rayon de courbure : le *Sahel* de Sfax et de Sousse. Cette unité géologique pose d'importants problèmes de structure. Déjà, en 1918, L. Joleaud et L. Gentil [2] avaient émis l'hypothèse qu'elle représentait une *simple dépendance du Sahara*. Plus tard, M. Solignac [3] a posé le problème, sans y apporter de solution nouvelle. Nos recherches personnelles montrent que l'influence de ce *môle sahélien* se fait sentir dans la structure des plis de la bordure Ouest et Nord-Ouest du Sahel. Une communication antérieure [4] sur la chaîne Nara-Touila nous avait conduit à supposer l'existence d'un *horst* à l'Est de ce massif. L'étude tectonique des plis de la Tunisie centrale et de la dorsale tunisienne confirme ces conclusions.

Au Sud, le Djebel Kébar, tout en conservant une orientation normale SO-NE, conforme à celle des plis de l'Atlas, présente, à sa terminaison orientale, une structure complexe, avec surélévation d'axe et apparition de fractures, qui contraste avec l'ennoyage régulier vers le Sud-Ouest de son extrémité occidentale. L'alignement, qui relie entre eux les plis des Djebels

---

(4) *Ber. d. chem. Ges.*, **40**, 1907, p. 3668.

(1) Séance du 6 janvier 1947.

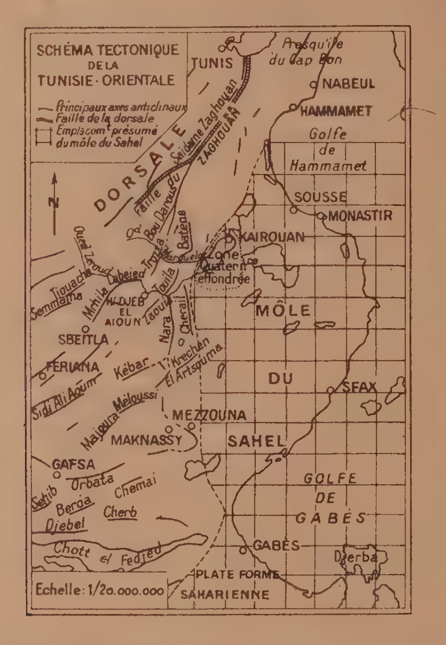
(2) *Comptes rendus*, **166**, 1918, p. 119; L. Joleaud, *Bull. Soc. Géol. Fr.*, 4e série, **18**, 1918, pp. 178 à 201.

(3) *Description d'une nouvelle carte géologique de la Tunisie au 1/500000*. Direction des Travaux Publics, 1931.

(4) *Comptes rendus*, **223**, 1946, p. 812.

Zaouïa, Touila, Chérichira et Batene, souligne l'influence du *môle sahélien* par des variations de direction, par un rebroussement vers le Nord en bordure de la plaine de Kairouan et par des abaissements d'axe à Hammam Sahline et au Chérichira.

Le Zouïa montre une stucture aussi typique. Ce pli, orienté SO-NE, est



simple au Sud du Djebel Er Roua; il se complique au Nord-Est avec digitation, pli-faille et brusque abaissement d'axe. Son ennoyage terminal s'est accentué au cours d'une phase tardive par la formation du fossé d'effondrement de l'Oued Zéroud. Rien n'évoque mieux l'influence du môle que le serrage des deux plis du Zaouïa et du Nara-Touila, pinçant le synclinal de l'Oued El Hadjel. Ce dernier, d'une largeur de douze kilomètres au Sud entre le Nara et le Djebel Er Roua, est réduit à une centaine de mètres au Nord entre le Kef Touila, prolongement Nord-Est du Zaouïa, et le Touila-Est, extrémité septentrionale du Nara-Bou Gobrine. Les plissements des Djebels Mrhila, Labéied et Trozza, parallèles aux précédents, donnent lieu à des observations du même ordre. La terminaison orientale du Mrhila, orienté NE, offre une structure compliquée par des failles qui font apparaître du Jurassique et accentuent sa surélévation d'axe. Le Labéied, qui a tourné franchement à l'Est, présente, au contraire, un important abaissement d'axe accusé par un pli-faille, accompagné de déversement et de diapirisme.

Plus au Nord, la Dorsale tunisienne offre une tectonique encore plus complexe. Les forces orogéniques y ont surélevé les massifs calcaires jurassiques, par le jeu de la grande faille du Zaghouan, qui, avec des rejets de

l'ordre de mille mètres, se poursuit sur plus de 500 kilomètres. Au Djebel Zaghouan, des levers récents au 1/20 000 nous ont permis de mettre en évidence une structure en écailles chevauchantes.

En outre, le trait essentiel de l'orographie de l'Atlas tunisien est son inflexion vers le Nord-Est qui a amené la formation, suivant les points, soit de chapelets de dômes se relayant en coulisses, soit de pli-failles accidentés de décrochements et d'écailles (au Nara par exemple). Cette structure générale et ces complications de détails s'expliquent clairement si, sur l'emplacement du Sahel, on admet l'existence, aux temps secondaires et tertiaires, d'un môle prolongeant vers le Nord et assez loin vers l'Est la plate-forme saharienne. C'est ce *horst* qui, obligeant les plis à changer de direction, a été la cause du rebroussement vers le Nord-Est des accidents périsahéliens qui s'échelonnent depuis Bou Hedma (Sud de Maknassy) jusqu'au Batene. La zone de perturbation se poursuit jusqu'au contact de la Dorsale dont la complexité structurale résulte de son interférence avec les dômes périsahéliens de la Tunisie septentrionale.

De son côté, le Sahel apparaît comme une dépendance du continent saharien non affecté par les plissements atlasiques, où les efforts orogéniques se sont manifestés par des déformations à grand rayon de courbure accidentées de fractures. Cette tectonique de fond s'est traduite, dans la couverture, par de vastes bombements dont le type est le dôme de Djemmal-Monastir.

GÉOLOGIE. — *Sur des affleurements de Trias pincés dans les schistes cristallins de la vallée de la Tinée (Alpes-Maritimes).* Note [1] de Mlle **Anne Faure-Muret**, présentée par M. Charles Jacob.

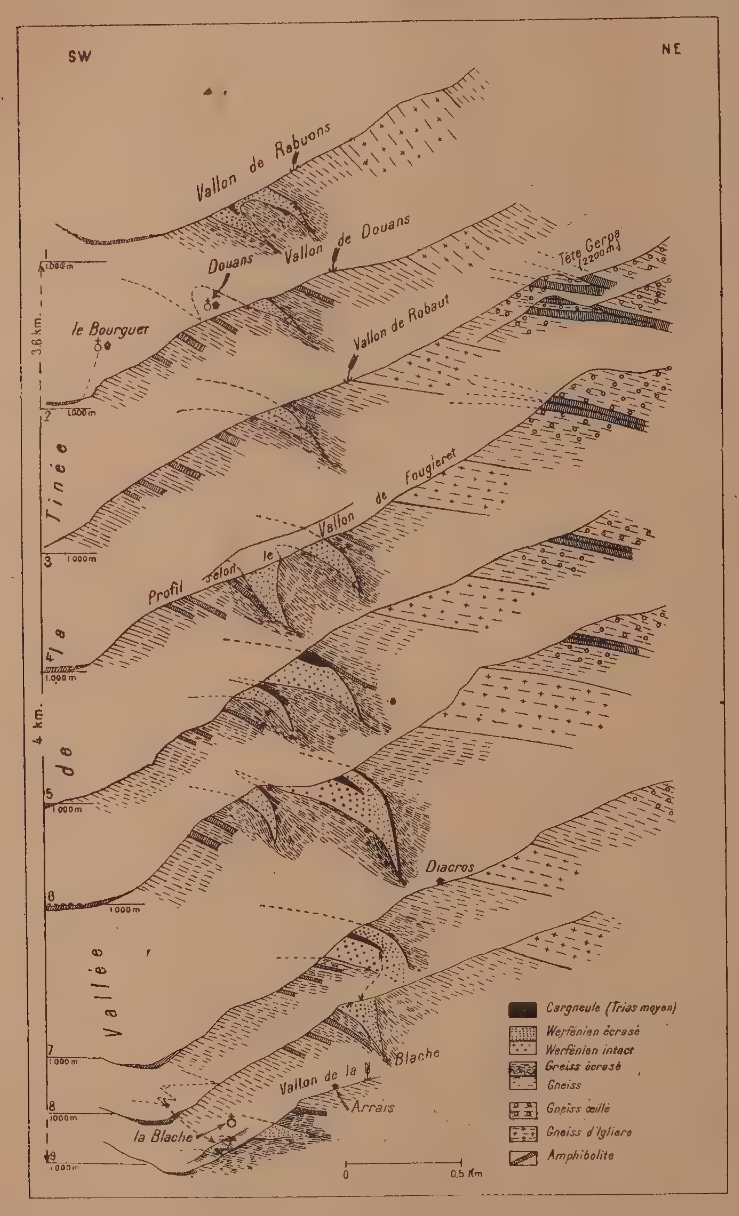
La Feuille de Saint-Martin-Vésubie au 1/80 000 indique entre Saint-Étienne de Tinée et Isola, sur le versant gauche de la vallée, cinq affleurements de Trias. Ils sont interprétés par MM. L. Bertrand [2] et P. Comte [3] comme des synclinaux réguliers déversés vers le Sud-Ouest.

Au cours de cet été, l'étude détaillée de la bordure du massif du Mercantour m'a permis de préciser la tectonique de ces accidents, dont la figure ci-jointe fournit quelques coupes. Les coins de Trias s'échelonnent à flanc de coteau sur 8^{km} de longueur, entre les vallons de Rabuons et de la Blache. D'amont en aval on rencontre d'abord un affleurement isolé (coupe 1), puis, à partir du Bourguet, une série d'étroits synclinaux généralement courts, qui se relayent.

Il importe de souligner l'allure générale de ces accidents : synclinaux aigus dont le fond est effilé, redressé presque à la verticale, coincé dans les gneiss;

(1) Séance du 13 janvier 1947.
(2) *Bull. Carte Géol. France*, n° 56, 9, 1897-1898, pl. II, fig. 11.
(3) Diplôme d'Ét. Sup. Paris, n° 405, 1930, pl. I, coupe IV.

dont les parties hautes, par contre, se déversent vers le Sud-Ouest, amorçant des plis couchés. Les flancs renversés sont très écrasés, réduits, parfois inexis-



tants (coupe 5). La position des cargneules met en évidence la dissymétrie de ces plis.

La série cristalline, tant sous-jacente que sur-incombante, témoigne d'actions mécaniques intenses : des bandes d'amphibolites épaisses de 20 à 30^{m} peuvent

être réduites à quelques centimètres et devenir feuilletées. Les contacts du gneiss et du Trias montrent en outre, par la trituration des éléments, l'existence de déplacements relatifs. Le cristallin, vieux matériel rigide, n'a suivi que difficilement ces plissements; il s'est broyé, cassé, enserrant les coins aigus de Trias. Les pendages, lorsque l'on peut les relever dans les gneiss, indiquent une accordance ou une faible discordance par rapport au Trias.

Vers le haut du versant, l'allure sub-horizontale de la série cristalline est soulignée par une bande de gneiss d'Iglière ([4]) et plus haut encore par le synclinal d'amphibolite [décrit ailleurs ([5])] qui est franchement couché à la Tête Gerpa (coupe 3). Plus en aval, dans la vallée transversale de Castiglione (Chastillon), les parties internes de ce dernier synclinal passent graduellement à la verticale. Le matériel ancien dessine ainsi un pli couché d'un style analogue à ceux du Trias.

La tectonique alpine a donc profondément marqué son empreinte dans les parties superficielles du Mercantour, dont les gneiss pincent des coins de Trias, et peut-être dans la masse même des roches anciennes de ce Massif.

PHYSIQUE DU GLOBE. — *Ionisation. Sur la présence de radiations pénétrantes telluriques dans la rivière souterraine de Saint-Paul (Haute-Garonne).* Note ([1]) de M. **Félix Trombe** et M[lle] **Charlotte Henry la Blanchetais**, présentée par M. Charles Maurain.

La rivière souterraine qui sort à l'air libre, à côté de la chapelle de Saint-Paul, à 4[km] au nord-est d'Aspet (Haute-Garonne), est à une température plus élevée, 14°, que celle des résurgences voisines (grotte du Moulin : 12°, Ganties-Montespan : 11°,8) situées dans le même niveau calcaire (urgo aptien).

En été, d'après nos mesures de 1945 et de 1946, la conductibilité totale L de l'air est aussi, en moyenne, plus grande à Saint-Paul que dans les autres grottes : Saint-Paul : de 34 à 254.10^{-4}, Ganties-Montespan : de 25 à 140.10^{-4}, Goueil di Her près d'Arbas (Haute-Garonne) : de 3 à 75.10^{-4}; valeur à l'extérieur : 3.10^{-4} environ.

Cette conductibilité, comme l'indiquent les valeurs extrêmes précédentes, est très variable, à la fois dans le temps et suivant la partie du souterrain étudiée. L'hiver, par suite de la formation d'un brouillard interne ([2]), la conductibilité de l'air dans le souterrain de Saint-Paul devient plus faible ($L = 0,6.10^{-4}$) qu'à l'extérieur ($L = 1,2.10^{-4}$).

Devant ces résultats, nous avons cherché, suivant les conseils de

---

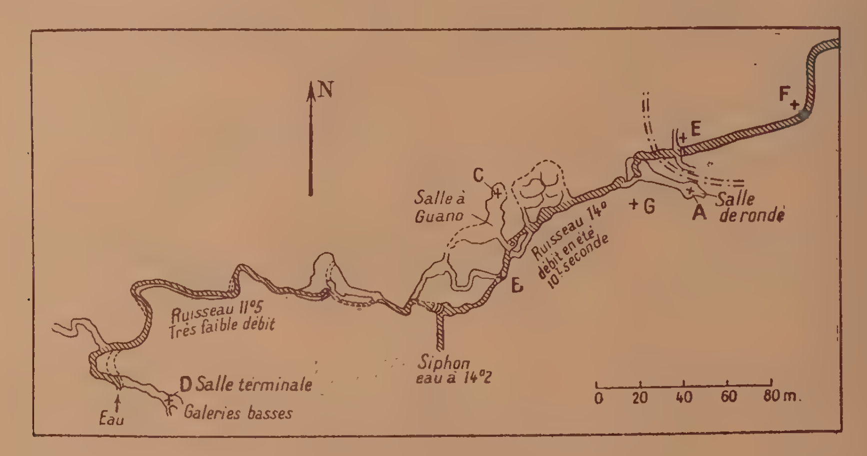
([4]) *Comptes rendus*, 222, 1946, pp. 603-605.
([5]) *Loc. cit.*, 1946.

([1]) Séance du 23 décembre 1946.
([2]) Pluvinage, *Thèse*, Paris, 1945, p. 6.

MM. Maurain et Coulomb, à mesurer dans les cavités précédentes l'intensité de la radiation pénétrante.

Un appareil de Kolhörster (à parois d'acier de $2^{mm},5$ d'épaisseur) déjà utilisé en 1939 par J. Bricard et J. Jung (3), a été mis obligeamment à notre disposition par l'Institut de Physique du Globe de Clermont.

Dans nos mesures, les chutes de potentiel de l'électromètre ont été déterminées pour un intervalle de temps constant (10 minutes). Les résultats, exprimés en nombre d'ions par centimètre cube et seconde, se rapportent aux différents points indiqués sur le plan schématique ci-joint de la grotte de Saint-Paul, et également aux grottes de Ganties-Montespan et du Goueil di Her.



Plan schématique de la rivière souterraine de Saint-Paul.

	Nombre d'ions (cm³/sec).	Température de l'air.
1° *Saint-Paul.*		
A. Salle ronde	21	13°,9
B. Galerie latérale, *au niveau du ruisseau*	{ 28, 31 } 29	13,7
C. Salle à Guano	27	13,5
D. Salle terminale	22	11,8
E. Pré en face de la source (extérieur)	15	comprise entre 13 et 15°
F. Pré à 70m de la source, près du ruisseau (extérieur)	12	
G. Calvaire, partie supérieure (extérieur)	10	
2° *Ganties-Montespan.*		
Grande galerie latérale	8	11,8
Ruisseau (cote 1000)	9	11,8
3° *Goueil di Her.*		
Près d'Arbas	10	8
Pré de Gourgues (extérieur)	12	14

(3) *Comptes rendus*, 209, 1939, p. 485.

Il existe dans la grotte de Saint-Paul, et à un degré moindre le long de sa rivière, après résurgence à l'air libre, une augmentation du nombre d'ions par centimètre cube. Dans les grottes voisines, malgré la conductibilité élevée que l'air y possède parfois, on observe plutôt une diminution du nombre d'ions.

D'après certaines de nos mesures (C), l'intensité de la radiation pénétrante serait, en chaque point de la grotte de Saint-Paul, pratiquement indépendante des variations de conductibilité qui se manifestent. Cette intensité est, en certains points, seulement deux fois plus faible qu'aux gisements uranifères de Lachaux et notablement supérieure à celle que l'on trouve dans les terrains granitiques et les terrains volcaniques d'Auvergne. Elle est comparable à celle des sources minérales de La Bourboule (source Croizat : 28 ions/cm^3/sec., source Choussy : 32 ions/cm^3/sec.) ([2]).

Étant donnée la nature du terrain encaissant, il est probable que c'est la rivière elle-même, dont la température indique une origine relativement profonde, qui apporte dans la grotte de Saint-Paul les gaz radioactifs.

Il semble que l'on ait intérêt à prospecter systématiquement les cavités des massifs calcaires, souvent très profondes et, dans ce cas, notablement plus proches des terrains primaires, que la surface du sol. Ces cavités retiennent les émanations radioactives qui subissent alors, dans un volume d'air limité, l'évolution susceptible de donner naissance à un rayonnement pénétrant.

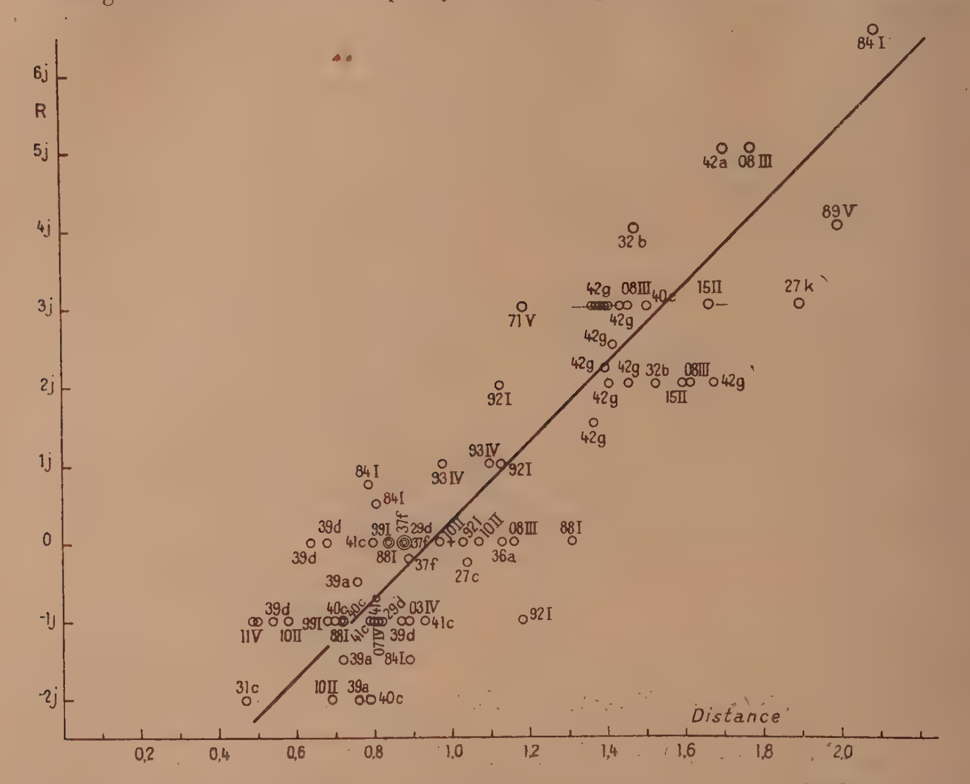
MAGNÉTISME TERRESTRE — *Sur la relation de certaines transformations cométaires avec les perturbations du champ magnétique terrestre.* Note ([1]) de M. **Pierre Bernard**, présentée par M. Charles Maurain.

Dans un Mémoire publié en 1929 (*Phys. Rev.*, 33, p. 1046), Maris et Hulburt ont signalé que les périodes d'instabilité de l'aspect des comètes coïncident en général avec une agitation prononcée des éléments magnétiques. Il a semblé intéressant de reprendre un examen attentif de l'intervalle de temps entre le début des perturbations magnétiques enregistrées à Greenwich (1871), au Parc-Saint-Maur (1883-1900), au Val-Joyeux (1901-1935) ou à Chambon-la-Forêt (1926-1943), et les particularités de l'évolution physique des comètes (augmentation soudaine de luminosité, apparition ou déformations non progressives de la queue, scission du noyau), dont la date peut être fixée à un jour près d'après les descriptions des observateurs ou les clichés photographiques publiés. Pour chacune des correspondances retenues, la position de la comète (coordonnées écliptiques héliocentriques) a été calculée, et l'on a porté en abscisse la distance du Soleil à la comète en unités astronomiques (la distance moyenne de la Terre au Soleil étant 1) et en ordonnée le retard R du

([1]) Séance du 2 décembre 1946.

phénomène cométaire sur le début d'une perturbation magnétique, particulièrement distincte si elle n'est pas la seule au voisinage de cette date.

La figure ci-dessous montre qu'il y a une forte probabilité pour qu'une dépen-



dance existe (le coefficient de corrélation est de 0,89) entre R et la distance du Soleil à la comète : si cette distance est supérieure à la distance du Soleil à la Terre, la perturbation magnétique *précède* en moyenne la transformation cométaire; le contraire a lieu lorsque la comète est plus rapprochée du Soleil que la Terre. Tout se passe comme s'il y avait propagation d'un agent s'éloignant du Soleil et déterminant successivement un orage magnétique sur notre planète et un changement dans l'aspect physique d'une comète.

On peut encore remarquer que le retard du phénomène cométaire sur la perturbation magnétique croît à mesure que la comète est plus écartée du plan de l'écliptique : les 31 points placés au-dessous de la droite moyenne, c'est-à-dire dont le retard est le plus court, correspondent à une latitude écliptique moyenne de 17°, tandis que les 39 points correspondant à un retard plus grand que la moyenne donnent une latitude de 25°. D'autre part, pour les comètes très rapprochées du Soleil, il n'a, en aucun cas, été possible de relever une *avance* supérieure à 2 jours de l'accident cométaire sur une perturbation magnétique terrestre.

La vitesse de propagation de la perturbation est, d'après le graphique précédent, d'une unité astronomique en 5 jours, et aucune variation de cette vitesse ne se manifeste pour un éloignement croissant du Soleil; or on a établi à plusieurs reprises une corrélation entre des éruptions chromosphériques et des orages magnétiques dont le début se produit dans les cas les plus nets une vingtaine d'heures, et rarement plus de 2 jours, après l'éruption. Ces chiffres conduisent à admettre que l'agent perturbateur ne provient pas du Soleil, mais se trouve déjà à une faible distance de l'orbite terrestre, normalement en équilibre sous l'action de la pression de radiation émise par l'astre central. Un excès de cette radiation, provoqué par des éruptions ou une activité chromosphérique anormale, aura pour effet de le chasser à de plus grandes distances du Soleil. D'après les durées de trajet ci-dessus, l'origine de la perturbation devrait se placer en moyenne à une distance du Soleil de 0,8 rayon de l'orbite terrestre.

Il est d'ailleurs possible de rendre concrète cette origine en considérant la *lumière zodiacale* comme une atmosphère extérieure du Soleil formée de particules ionisées : sa partie la plus visible s'étend jusqu'à des distances du Soleil de l'ordre voulu, et sa forme elliptique très aplatie permet d'expliquer l'augmentation de l'intervalle de temps entre phénomènes terrestres et cométaires lorsque la comète s'écarte de l'écliptique.

PHYTOGÉOGRAPHIE. — *Une nouvelle relique de la flore sud-américaine en Afrique.* Note de M. **Henri Jacques-Félix**, présentée par M. Roger Heim.

Notre étude de la flore du Cameroun nous conduit à ajouter le *Langevinia monosperma*, type d'un nouveau genre, à la famille des *Rapatéacées* (1).

Celle-ci était considérée jusqu'en 1900 comme strictement américaine. C'est à cette date seulement que la création du genre *Maschalocephalus*, pour une plante trouvée par Dinklage dans la forêt libérienne, fit cesser l'opinion jusque-là admise concernant cette exclusivité.

Le *Langevinia monosperma* n'a pas, dans le cadre de la famille, la même phylogénie que son congénère africain. Il semble plutôt dépendre de la lignée des *Rapatea* qui est la plus riche en espèces.

Les deux genres africains se sont donc détachés indépendamment de l'aire principale; leurs aires respectives sont demeurées restreintes et éloignées l'une de l'autre.

Le *Langevinia monosperma* présente ainsi un net caractère relictuel. Si des

(1) *Langevinia* : nouveau genre africain de Rapatéacées dédié à la mémoire du savant physicien et de l'homme de cœur que fut Paul Langevin (1872-1946). Possède l'aspect végétatif du *Rapatea longipes*. Se caractérise : par son ovaire à une seule loge, à un seul ovule; par son fruit sec et indéhiscent.

mutations l'ont éloigné depuis son isolement de la souche américaine, la pauvreté de son patrimoine héréditaire et son manque de fécondité lui ont interdit toute variation et toute extension. Il se maintient difficilement dans les lieux marécageux et obscurs de la forêt vierge.

Si la famille des *Rapatéacées* se trouve sensiblement élargie dans le cadre de ses caractères et dans son extension géographique par notre découverte, elle n'en reste pas moins représentative de la grande région florale néotropicale.

Notre addition porte à 10 le nombre des genres qui la représentent, tandis que celui des espèces reste inférieur à 30.

Dans la modeste contribution que l'étude des flores peut apporter à la connaissance des relations et disjonctions continentales, ce sont de telles familles, surprises dans leur extension, qui fournissent les meilleurs arguments. Nous reviendrons prochainement sur cette question.

CHIMIE AGRICOLE. — *Action de divers métaux sous forme de complexes colloïdaux comme facteurs de croissance*. Note (¹) de M. **Étienne-Marcel Bastisse**, présentée par M. Albert Demolon.

Dans une Note antérieure (²) nous avons signalé l'existence de complexes colloïdaux ferri-siliciques dont nous avons indiqué le principe de la préparation et les propriétés. Des complexes analogues ont été obtenus avec les métaux figurant dans le tableau ci-contre. Tous ces complexes sont électro-négatifs. Nous les désignerons sous le nom de *complexes colloïdaux métallo-siliciques*.

Après avoir montré que les plantes sont susceptibles d'utiliser les complexes ferri-siliciques, nous nous sommes proposé de vérifier si cette observation pouvait être étendue à d'autres complexes métallo-siliciques. Dans ce but, le maïs a été cultivé dans des vases de 1 litre remplis d'une solution nutritive contenant 20^{mg} de fer métal sous forme de complexe ferri-silicique dans une première série et ferro-silicique dans une seconde série. Les vases recevaient en outre des quantités croissantes d'un second métal, également sous forme de complexe en pseudo-solution. Par contre, les témoins ne contenaient que du fer, à l'état ferreux ou ferrique.

Nous indiquons dans le tableau ci-contre, les indices de comparaison des rendements maxima en matières végétales totales (tiges + racines) séchées à 105°. L'indice 100 correspond aux rendements obtenus avec le fer seul, ferreux ou ferrique, suivant la série.

Nos résultats permettent de se faire une idée de la valeur en tant que facteurs secondaires de croissance des différents oligo-éléments employés sous forme de complexes métallo-siliciques. Nous signalerons tout d'abord que le rendement

(¹) Séance du 13 janvier 1947.

(²) *Comptes rendus*, **219**, 1944, p. 193 (en collaboration avec M. Demolon).

du témoin fer ferreux seul est de 60 % supérieur à celui du témoin fer ferrique seul, et nous soulignerons quelques résultats inattendus tels que l'action favorable du manganèse, de l'uranium, de l'étain, du mercure et du lanthane.

Métaux utilisés avec indication de la valence.	Rendements maxima (tiges + racines) obtenus avec la dose optimum du 2e métal introduit. Témoin, fer seul = 100. — Complexes.		Doses optima en mg/l du 2e métal introduit. — Complexes.		Doses critiques en mg/l du 2e métal introduit. — Complexes.	
	Ferreux.	Ferrique.	Ferreux.	Ferrique.	Ferreux.	Ferrique.
1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.
Manganèse	230	230	140	140	250	250
Uranium	250	210	120	80	180	180
Étain 4	180	220	80	80	140	150
Mercure	170	170	55	50	120	120
Lanthane	150	140	20	15	60	40
Plomb	130	130	40	40	80	80
Étain 2	125	130	20	25	40	50
Tungstène	120	115	10	8	20	15
Cuivre	120	150	8	15	15	25
Molybdène	120	115	10	8	18	15
Vanadium 5	120	125	10	20	30	40
Aluminium	115	115	20	20	40	40
Bismuth	115	115	20	20	40	40
Vanadium 3	115	110	5	2	10	5
Chrome	110	110	5	5	20	20
Nickel	110	110	15	15	30	30
Titane	110	110	10	10	40	40
Antimoine	110	110	10	10	30	30
Zinc	110	110	6	5	15	12
Cadmium	110	110	5	5	10	10
Cobalt	110	110	3	3	8	8
Arsenic 5	110	110	6	10	12	20
Arsenic 3	—	—	—	—	10	5
Argent	—	—	—	—	2	2

Si l'on ajoute dans un milieu nutritif des quantités croissantes d'un oligo-éléments, on voit les rendements croître, passer par un maximum, puis décroître pour atteindre finalement des valeurs inférieures à celles du témoin, indiquant des effets dépressifs. Nos expériences permettent de fixer pour chaque élément l'ordre de grandeur de la dose optima et la dose critique, pour laquelle le rendement atteint de nouveau la valeur du témoin. Les doses optima et critiques, ainsi déterminées en présence du fer ferreux ou ferrique, sont portées dans le tableau. On constate que toutes les substances étudiées, sauf l'arsenic trivalent et l'argent, ont au moins un léger effet favorable. Ceci ne

permet pas d'affirmer que tous les métaux eux-mêmes sont des substances de croissance, car il est possible que l'effet dépressif que certains peuvent avoir soit compensé par l'action favorable de la silice. Par contre, les corps qui, comme le manganèse, l'uranium, l'étain, le mercure et le lanthane produisent des accroissements de rendement élevés, se comportent comme des facteurs de croissance.

PHYSIOLOGIE EXPÉRIMENTALE. — *Intervention d'un facteur humoral dans le phénomène de rigidité de décérébration.* Note de M. **Bruno Minz** et Mlle **Catherine Veil**, présentée par M. Louis Lapicque.

Au cours de nos études sur l'action décontracturante du curare, nous avons enregistré une série d'observations qui semblent intéressantes pour la compréhension du phénomène de rigidité de décérébration, phénomène classique, mais dont le mécanisme est encore mal connu à l'heure actuelle.

Toutes les expériences ont été faites sur le Lapin, la rigidité étant provoquée par section de l'axe cérébrospinal, suivant une technique usuelle, au moyen d'une lame métallique mousse et flexible, traversant la voûte du crâne et glissant le long de la fente du cervelet.

Nous avons fait la constatation surprenante que l'enlèvement d'un segment important du nerf sciatique ne diminuait que légèrement la rigidité de la patte correspondante. Énervant totalement une patte par section haute du sciatique et du crural, abolissant ainsi toute réponse réflexe dans ce membre et à partir de ce membre, nous avons également observé une rigidité nettement perceptible dans cette patte dépourvue d'innervation. La diminution de rigidité observée après section des nerfs s'intensifiait pourtant considérablement après ligature de l'artère fémorale correspondante, ce qui nous permet d'expliquer le fait que des membres d'un animal opéré, solidement fixé par des liens à la table d'opération, une fois libérés, ont perdu leur rigidité qu'ils récupèrent peu à peu. Nous pouvions accélérer cette récupération et même renforcer le phénomène en repassant la lame métallique à plusieurs reprises dans la plaie de la section primitive.

Y aurait-il une substance chimique libérée par le centre lésé, véhiculée par le sang, et dont la présence conditionnerait la réaction hypertonique du muscle à l'excitation nerveuse ?

Pour élucider cette question, nous avons essayé d'augmenter la concentration de ce corps hypothétique en réduisant la masse sanguine circulante par éviscération de l'animal. Nous avons observé que dans des cas où la rigidité n'était pas absolue, elle pouvait être intensifiée à la suite de cette intervention. Dans les expériences effectuées sur un tel animal (en rigidité et éviscéré) sur lequel l'hypertonie musculaire était particulièrement intense, l'interruption momentanée de la circulation par pincement de l'artère iliaque au niveau de

l'une des pattes provoquait une diminution nette du tonus des muscles. L'enlèvement de la pince était presque immédiatement suivi d'un rétablissement de la rigidité de cette patte, précédé d'une secousse musculaire localisée à ce niveau. Une ligature définitive de l'artère avait pour conséquence un relâchement quasi total du tonus. Nous avons excité mécaniquement la plaie au niveau de la section cérébrale chaque fois que nous avons observé une perte passagère et générale du tonus; immédiatement la rigidité se trouvait renforcée dans toutes les pattes, à l'exception de celle dont l'artère iliaque avait été préalablement liée. Notons que le pincement et le relâchement consécutif d'une artère iliaque chez un lapin normal n'entraîne aucune des manifestations enregistrées chez l'animal décérébré.

PHYSIOLOGIE EXPÉRIMENTALE. — *Sur les variations de l'excitabilité du nerf et du muscle provoquées par les constituants des extraits de la glande hypobranchiale des Murex.* Note [1] de M. **Antoine Jullien** et Mme **Raymonde Gibault**, présentée par M. Léon Binet.

L'un de nous avec H. Cardot [2] a montré antérieurement que l'extrait brut total frais de la glande hypobranchiale de *Murex trunculus* déclenchait une curarisation résultant principalement d'une forte élévation de la chronaxie musculaire et conjointement d'une certaine diminution de la chronaxie nerveuse.

Des recherches ultérieures dont nous donnons, ci-après, les résultats principaux, ont été conduites en vue de déterminer à quels constituants de la pourpre revient cette action curarisante. Nous avons travaillé avec les extraits de *Murex trunculus* et de *M. brandaris*. Le premier renferme, en sus des substances actives sur le muscle de Sangsue mises en évidence par A. Jullien et D. Vincent [3][4], une matière colorante de nature indigotique, des composés indoliques et un ou des mercaptans. Afin de préciser l'action respective de ces divers constituants sur l'excitabilité, nous avons successivement étudié l'extrait brut total vieilli, l'extrait brut frais privé de ses mercaptans par barbotage, les mercaptans, les composés indoliques et l'extrait de glandes bouillies après excision.

L'extrait frais total de *M. brandaris* préparé à la température ordinaire est inactif sur le muscle de Sangsue; préparé avec des glandes bouillies après excision, il devient actif comme l'extrait frais de *M. trunculus*. Nous avons donc également mesuré les variations des paramètres de l'excitabilité consécutives à l'emploi de ces deux extraits.

---

(1) Séance du 23 décembre 1946.
(2) *C. R. Soc. Biol.*, **133**, 1940, p. 521.
(3) *Ibid.*, **127**, 1938, p. 1056.
(4) *Comptes rendus*, **206**, 1938, p. 1145.

Les résultats que nous avons obtenus ont été, en résumé, les suivants : l'application de l'extrait brut total vieilli provenant de *M. trunculus* est suivie d'une curarisation qui se développe assez rapidement (30 minutes environ) par élévation de la chronaxie musculaire. L'extrait brut frais privé de ses mercaptans par barbotage reste curarisant. Les solutions de mercaptans (par exemple de méthylmercaptan), à des concentrations assez élevées laissent inchangés les paramètres de l'excitabilité; les mercaptans n'ont donc aucune action sur l'excitabilité. L'extrait provenant de glandes bouillies après excision, dépourvu de pigment, est curarisant par élévation de la chronaxie musculaire. Les composés indoliques que nous avons essayés sous forme de solutions d'indol sont aussi des modificateurs de l'excitabilité, mais par un mécanisme différent; ils diminuent assez fortement la chronaxie musculaire et parfois, parallèlement, abaissent, mais assez faiblement, la chronaxie nerveuse; l'hétérochronisme est suffisant pour amener la disparition de l'excitabilité indirecte. Le culot coloré obtenu par centrifugation de l'extrait frais total est dépourvu, après lavage, de toute action paralysante; le pigment est donc sans effet sur l'excitabilité.

Il en est de même de l'extrait brut total frais de *M. brandaris*. Quant à l'extrait de glandes bouillies après excision chez cette espèce, il se comporte comme l'extrait total de *M. trunculus*; il provoque une curarisation par élévation de la chronaxie musculaire.

Ainsi, on peut classer en trois catégories les effets obtenus à la suite de nos mesures :

1° Les effets curarisants résultant principalement d'une élévation de la chronaxie musculaire et consécutifs à l'application de l'extrait brut total vieilli, de l'extrait brut privé de ses mercaptans et de l'extrait de glandes bouillies chez les deux espèces de Murex.

2° Aucune modification de l'excitabilité par les mercaptans, le pigment et l'extrait frais de glandes non bouillies de *M. brandaris*.

3° Effet curarisant par abaissement de la chronaxie musculaire avec les composés thioliques (l'indol). Cette action n'apparaissant pas lorsqu'on applique l'extrait total sur la préparation neuro-musculaire, il est permis de penser que les composés thioliques sont naturellement présents à dose très faible et que leur action est minime ou même annulée par les autres constituants de l'extrait.

Nous avons démontré par ailleurs, d'une part [5], que toutes les substances de la première catégorie sont actives sur le muscle de Sangsue ésériné; d'autre part, que les substances de la deuxième catégorie sont complètement dépourvues d'effet sur ce muscle. Il existe donc un parallélisme rigoureux entre, d'un côté, les effets sur l'excitabilité, d'un autre, l'action stimulante sur le muscle de Sangsue.

Si l'on tient compte du fait que l'acétylcholine n'est que faiblement cura-

---

[5] *C. R. Soc. Biol.*, **135**, 1941, p. 1646.

risante et à haute dose, et que les extraits additionnés de cholinestérase passés à l'étuve perdent toute propriété paralysante, quoique restant encore actifs sur le muscle de Sangsue, il est logique d'admettre que les substances modificatrices de l'excitabilité sont des esters de la choline hydrolysables par la cholinestérase, l'acétylcholine étant exceptée.

EMBRYOGÉNIE EXPÉRIMENTALE. — *La testostérone dans l'histogenèse sexuelle du Singe* (Macacus rhesus *Audeb.*). *a. Organes génitaux externes.* Note [1] de Mme **Véra Dantchakoff**, présentée par M. Maurice Caullery.

1. L'*accouplement*, chez le Singe (*Macacus rhesus*), n'est pas limité à une période déterminée du développement ovulaire; or, seule la présence d'un ovule mûr permet la fécondation. Le début de la menstruation (environ tous les 28 jours) indique que l'ovule émis n'a pas été fécondé. De ce moment, un nouvel ovule entre en croissance et la muqueuse de l'utérus subit une nouvelle phase d'évolution préparatoire. L'ovule est habituellement émis 11 à 14 jours après le début de la menstruation. C'est précisément à ce moment que nous offrons la femelle au mâle.

2. *La gravidité* est facilement reconnaissable 20 à 25 jours après un coït fécond. Deux semaines environ après un tel accouplement, on observe du sang dans le vagin chez la femelle. C'est *le signe du placenta* de Hartmann. Ce signe peut prêter cependant à équivoque : il pourrait indiquer tout aussi bien le début d'une nouvelle menstruation. Une palpation rectale permet le diagnostic différentiel. Alors que la période menstruelle est accompagnée d'une régression marquée de l'utérus, la nidation d'un ovule fécondé entraîne un accroissement de la matrice, dont la consistance devient moins ferme. La gravidité probable est ensuite confirmée par la persistance du flux sanguin. Celui-ci ne dure que 3 à 5 jours, s'il est dû à la menstruation, alors qu'il peut se prolonger au delà de 3 semaines, s'il est conditionné par le développement du placenta. Le diagnostic de grossesse est ainsi certain à 20 jours.

3° *Le traitement de l'embryon* peut se faire selon deux techniques. L'hormone mâle injectée à la mère atteint l'embryon à travers le placenta; mais la substance inoculée peut être modifiée par l'organisme maternel, si bien que nous ignorons la quantité active qui parviendra à l'embryon. Par contre, l'injection directe à l'embryon même est une technique infiniment plus précise. C'est la méthode que nous utilisons; bon nombre d'*effets paradoxaux*, décrits et invoqués comme preuve d'une différence entre hormones « embryonnaires » et adultes, sont dus aux transformations de l'hormone par l'organisme maternel. A ce point de vue technique, les critiques exprimées par Raynaud sont injustifiables. Ni Greene et Burril, ni Raynaud n'ont tenu compte de la différence qui existe entre leur matériel (rats et souris) et le mien (cobayes et singes). Les premiers avortent

---

[1] Séance du 6 janvier 1947.

facilement, alors que ce phénomène ne se produit pas chez le cobaye femelle, qui peut donner naissance à 3 et à 4 jeunes, parfaitement viables, qui avaient été soumis dans leur vie embryonnaire à un traitement hormonal répété.

Dans nos expériences sur le Singe, le même embryon reçoit successivement, dans sa cavité amniotique, tout d'abord $2^{mg},5$ de propionate de testostérone dans $0^{cm^3},05$ d'huile, ensuite des doses plus massives, 5 à 20^{mg}. A partir de deux mois, le sac amniotique peut être atteint à travers la paroi abdominale de la mère. Des doses aussi massives ne sont certainement pas nécessaires, mais, étant donné le nombre restreint d'embryons à notre disposition, nous tenions à assurer un résultat. L'embryon ne souffrait guère de la présence d'une goutte d'hormone mesurant 0,1 à $0^{cm^3},4$, qui flottait dans un volume considérable de liquide amniotique et dont la résorption se faisait graduellement, car on en retrouvait en prélevant le fœtus.

4. *L'excision du fœtus* de 2 et de 3 mois demande une technique opératoire précise. Nous n'avons perdu aucun des animaux opérés, dont certains avaient subi jusqu'à cinq laparatomies.

La figure ci-dessous illustre les résultats obtenus. Les deux fœtus de *Macacus*



Deux fœtus *Macacus rhesus* Audeb. de 96 jours, traités par la testostérone depuis le 23e jour de gestation. Notez, chez les deux, la présence d'organes sexuels externes mâles, parfaitement identiques. Or, le fœtus à droite est une femelle génétique.

rhesus Audeb. sont âgés de 96 jours et d'apparence extérieure mâle. Rien n'indique que l'un des deux fœtus soit une femelle génétique : absence complète de vagin, présence du scrotum et d'un pénis fonctionnel (une pression sur la région vésicale entraîne l'émission d'un jet d'urine). Le gland est recouvert par un prépuce, qu'un frein rattache à une légère rainure marquant la ligne de

soudure des deux sacs scrotaux. Les organes génitaux externes sont parfaitement identiques chez les deux fœtus.

Cependant, la présence, chez l'un des fœtus, d'un utérus et de trompes nous indique clairement que cet animal possédait un génotype femelle, alors que l'autre sujet, dépourvu de toute formation féminine, devait être un mâle génétique.

Devant de tels résultats, n'y aurait-il pas un véritable défi à la raison à maintenir que les organes sexuels externes mâles, chez les deux fœtus simiens dans notre figure, fussent édifiés sous l'action de causes différentes ? L'hypothèse de travail, qui admettait, chez l'embryon, des inducteurs sexuels spéciaux, différents des hormones adultes, doit faire place à la constatation éloquente de la puissance morphogène de l'hormone mâle adulte, capable d'assurer, dans un embryon femelle, l'édification complète d'organes mâles (organes génitaux externes).

ENTOMOLOGIE. — *Le polymorphisme social du Termite à cou jaune* (Calotermes flavicollis *F.*). *Les faux-ouvriers ou* pseudergates *et les mues régressives.* Note [1] de MM. **Pierre-P. Grassé** et **Charles Noirot**, présentée par M. Louis Fage.

Dans les sociétés adultes de *Calotermes flavicollis*, on trouve, non rarement, une certaine proportion d'individus, généralement de grande taille et parfois jaunâtres, aptères ou porteurs de fourreaux alaires *extrêmement courts*. Ils ne se différencient des nymphes, c'est-à-dire des futurs essaimants, que par ces deux caractères. A égalité de longueur totale, les dimensions de la tête et les proportions de ses diverses parties sont les mêmes dans les deux catégories.

On pourrait voir, dans ces individus, les larves des futurs soldats si l'on ne savait pas que ceux-ci proviennent de nymphes normales [2]. Selon nous, ces grandes larves aptères ont une double origine; elles dérivent, par voie descendante, de nymphes âgées, ou, par voie ascendante, de jeunes larves. En voici les preuves :

I. *Par voie descendante.* — Dans des élevages composés exclusivement de nymphes du septième stade (le dernier avant le stade imaginal), les individus qui muent s'engagent dans quatre voies différentes, et deviennent : 1° quelques-uns, suivant leur destinée normale, des sexués ailés; 2° d'autres des soldats-blancs puis des soldats adultes; 3° certains des sexués néoténiques; 4° ce que nous nommerons des *faux-ouvriers* ou *pseudergates*.

Cette dernière catégorie correspond aux grosses larves aptères. La mue a eu pour effet de raccourcir ou de supprimer les fourreaux alaires et d'effacer les ébauches oculaires (si celles-ci avaient apparu) que portaient les nymphes du

---

[1] Séance du 13 janvier 1947.

[2] P.-P. Grassé et Ch. Noirot, *Comptes rendus*, 223, 1946, pp. 929-931.

septième stade, sans toutefois réduire le nombre des articles antennaires. Elle a donc fait accomplir à l'individu un indéniable retour en arrière et, en

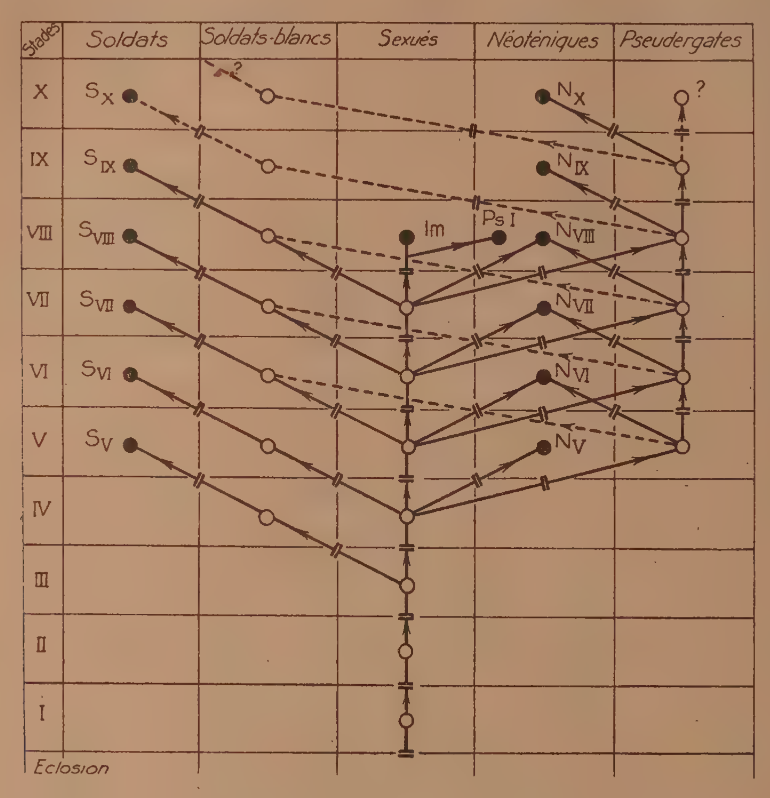


Schéma des diverses potentialités ontogénétiques du *Calotermes flavicollis*.
Im, imago; *Ps-I*, pseudo-imago.

quelque sorte, l'a rajeuni, l'a différencié. Pour cette raison nous qualifierons cette mue de *régressive*.

Les larves du huitième stade ainsi formées subissent par la suite de nouvelles mues qui sont encore du type régressif et font disparaître toute trace de fourreaux alaires ([3]).

Les sociétés composées de nymphes du sixième stade donnent des résultats en tous points comparables.

II. *Par voie ascendante.* — Certains pseudergates dérivent de larves qui continuent à muer et à s'accroître *sans acquérir de fourreaux alaires*. En voici la preuve. Des sociétés composées uniquement de larves du quatrième stade, rigoureusement aptères, ont donné,

---

([3]) La mue que subit une nymphe pour devenir soit un soldat-blanc, soit un sexué néoténique, a un caractère différent. Elle tend, non à effacer les traits particuliers, mais au contraire à les créer ou à les accentuer (œil composé du néoténique, mandibules du soldat).

après la mue de leurs membres : 1° des sexués néoténiques; 2° des nymphes à fourreaux alaires normaux; 3° des larves sans fourreaux.

Ces dernières sont réellement des *pseudergates*, que rien ne distingue de ceux réalisés par voie descendante; ils sont toutefois un peu plus petits. Il est vraisemblable qu'ils continuent à grandir et à muer, tout en restant aptères.

Quelle est donc la signification des vieilles larves aptères ? Pour le savoir, nous avons constitué, *exclusivement* avec elles, des groupes comptant quelques dizaines de sujets. Peu après la constitution de telles sociétés, nombreux sont les individus qui entrent en mue et se transforment en sexués néoténiques (jusqu'à 33 % de la population totale).

En revanche, *dans une société complète et équilibrée, les vieilles larves aptères sont stabilisées et ne muent qu'à de longs intervalles*, si elles muent encore, d'où peut-être leur teinte vieil ivoire. Elles correspondent, quant au comportement et au service social, aux ouvriers des Termites supérieurs, d'où le nom de *faux-ouvriers* ou *pseudergates* que nous leur appliquons. Mais il est bien entendu qu'elles en diffèrent par leurs potentialités ontogénétiques, puisqu'elles peuvent, sous certaines conditions, devenir des sexués néoténiques. Nos expériences n'ont pas encore assez duré pour nous apprendre si les pseudergates ont conservé, en outre, la faculté de se transformer en soldats ou en ailés. Nous inclinons à le croire.

Les pseudergates ne paraissent pas réservés aux seuls *Calotermes*. Les grandes larves à *grosse tête* que Light, chez *Zootermopsis nevadensis*, insère dans la lignée des soldats leur correspondent peut-être. Les formes semblables à des nymphes, mais dépourvues de fourreaux alaires que l'on trouve dans certains nids de l'*Archotermopsis wroughtoni*, sont à coup sûr des pseudergates et, selon toute vraisemblance, il en va de même des prétendus ouvriers du *Mastotermes darwinicusis*, le plus archaïque des Termites.

ANATOMIE COMPARÉE. — *Le* Quadratum *des Ratites*.

Note de Mlle **Madeleine Friant**, présentée par M. Émile Roubaud.

Le *Quadratum* des Oiseaux, partie supérieure du premier arc viscéral, s'articule avec l'Articulaire, partie inférieure du même arc (intimement uni aux autres pièces osseuses mandibulaires), vers le bas, le Quadrato-jugal, du côté externe, le Ptérygoïdien, du côté interne; enfin, chez les Carinates, il présente, en général, vers l'arrière, deux têtes d'articulation s'emboîtant dans des surfaces concaves correspondantes du crâne : l'une, antéro-externe, à la base du Squamosal, l'autre, postéro-interne, à l'extrémité de la columelle opisthotique, et P. R. Lowe (1926) a montré l'importance de cette région du *Quadratum* comme *facteur de classification*. Chez les Ratites, dans sa partie postérieure, le corps de l'Os carré s'articule également avec la base du Squamosal et l'Opisthotique, mais cette articulation n'a aucune mobilité : la

tête articulaire, unique, allongée, légèrement convexe, forme, dans son ensemble, un angle dièdre, très obtus du côté de l'os, donnant à cette extrémité du *Quadratum* l'aspect de la *forme en fer usitée par les cordonniers* (P. R. Lowe).

L'Os carré de certains Reptiles, Dinosauriens et Chéloniens surtout, est fortement enclavé dans le crâne, entre le Squamosal et le Quadrato-jugal; et, chez le Casoar (*Casuarius*), il en est un peu de même : le Squamosal entoure largement le *Quadratum*, presque jusqu'à son articulation avec le Quadrato-jugal (*fig*. B); l'emboîtement des deux os est assuré par une facette articulaire

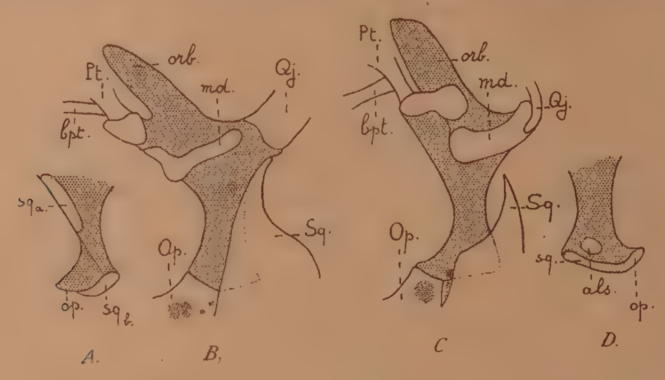


Schéma du *Quadratum* gauche de deux jeunes Ratites, d'après des pièces du Museum (Anatomie comparée).

A et *B*, *Casuarius* sp. (Casoar). Actuel en Australie. — *A*, corps du *Quadratum* (région postérieure) vu par sa face supérieure, pour montrer les facettes d'articulation avec le Squamosal (région apophysaire, sq_a; région basale, sq_b) et l'Opisthotique (*op*.). — *B*, *Quadratum* vu par sa face inférieure.

C et *D*, *Rhea americana* Lath. (Nandou). Actuel en Amérique du Sud. — *C*, *Quadratum* vu par sa face inférieure. — *D*, corps du *Quadratum* (région postérieure) vu par sa face antérieure, pour montrer les facettes d'articulation avec le Squamosal (*sq*.), l'Opisthotique (*op*.) et l'Alisphénoïde (*als*.).

Le *Quadratum* est en grisé, à l'exception des surfaces articulaires. — *orb*., apophyse orbitaire; *md*., surface d'articulation pour la mandibule; *Sq*., Squamosal; *Op*., Opisthotique; *Qj*., Quadrato-jugal; *Pt*., Ptérygoïde; *bpt*., apophyse basiptérygoïde. L'avant est en haut. Grandeur naturelle environ.

plane et ovale, du côté supérieur du *Quadratum* (*fig*. A), correspondant à une facette de l'apophyse squamosale. Ces rapports du Squamosal avec l'Os carré, très importants et caractéristiques des Ratites les plus archaïques, les *Casuaridæ*, n'avaient jamais été signalés : ils ne sont bien discernables, d'ailleurs, que chez les jeunes sujets. En moins accentués, on les observe aussi chez l'Émeu (*Dromæus*, *Dromæidæ*), où l'Os carré présente encore une petite facette articulaire pour l'apophyse du Squamosal, beaucoup plus courte que chez le Casoar.

Le *Quadratum* du Nandou (*Rhea*), dégagé du Squamosal, bien davantage que celui du Casoar et de l'Émeu (*fig*. C), s'articule avec cet os dans sa région basale; seulement, la fixité est assurée, en outre, par une facette arrondie qui, placée à la partie antérieure du *Quadratum*, à proximité de sa tête, l'unit à une

facette correspondante de l'Alisphénoïde (*fig.* D). Chez l'*Apteryx*, dont je n'ai pas eu d'exemplaire jeune à ma disposition, il existe aussi une facette alisphénoïdale (T. J. Parker, 1891).

Le *Quadratum* de l'Autruche (*Struthio*), enfin, n'a plus qu'une articulation postérieure, celle de la tête avec la base du Squamosal et l'Opisthotique, comme chez les Carinates, mais il n'y a pas trace du bicéphalisme typique de ces derniers (1).

En résumé, l'Os carré des Ratites montre des affinités indiscutables avec celui des Reptiles, mais il n'est pas également archaïque chez tous : on le voit évoluer, des *Casuaridæ* aux *Struthionidæ*, par dégagement progressif du Squamosal, sans, cependant, atteindre le type des Carinates, à double énarthrose basale, assurant sa mobilité dans le jeune âge. Sauf chez les Autruches, qui, en cela, se rapprochent un peu des autres Oiseaux, le corps de l'os possède une facette arthrodiale particulière en rapport avec son enclavement dans le crâne, plus prononcé chez les Casuariformes, où cette facette est squamosale, que chez les Rhéiformes et les Aptérygiformes, où elle est alisphénoïdale.

La morphologie du *Quadratum*, comme celle de la Ceinture scapulaire (2), vient donc affirmer le caractère primitif des Ratites, que des arrêts de développement semblent avoir empêchés de devenir des Oiseaux véritables; et les formes actuelles seraient bien, comme l'a dit P. R. Lowe, des « fossiles vivants », reliques d'un passé lointain, à l'aurore de la vie aviaire.

ÉVOLUTION MORPHOLOGIQUE. — *Rôle des bandelettes musculaires dans le phénomène appendiculaire. Une affinité organique supplémentaire entre le Gibbon et l'Homme.* Note (1) de M. **Frédéric Gluckmann**, présentée par M. Paul Portier.

Les bandelettes cæco-ascendantes sont des cordons musculaires puissants, dont l'activité assure le relèvement et la mobilisation du bol cæcal. Elles représentent la presque totalité de la musculature longitudinale du gros intestin de l'embryon, étalée encore avant la naissance en une couche continue. On ne les rencontre que chez quelques Mammifères très disparates, et leur nombre varie avec l'espèce (de 2 à 5). Elles ont joué, chez les Primates, un rôle déterminant dans le phénomène de différenciation de l'appendice.

---

(1) Bien que les *Tinamidæ*, Carinates primitifs, possèdent une seule tête basale articulaire, dont la forme se rapproche de celle du *Struthio*. Quant à la facette unique des Alectéropodes, parmi les Galliformes, P. R. Lowe la considère comme un caractère secondairement acquis.

(2) M. Friant, *Comptes rendus*, **221**, 1945, p. 711; *Revue de Zoologie et de Botanique africaines*, t. XXXIX, **2**, 1946, p. 203.

(1) Séance du 13 janvier 1947.

Absentes ou *incomplètes* chez les Primates inférieurs (*fig.* 1-3), ces bandelettes sont très robustes chez les Primates supérieurs. Elles forment, sur le

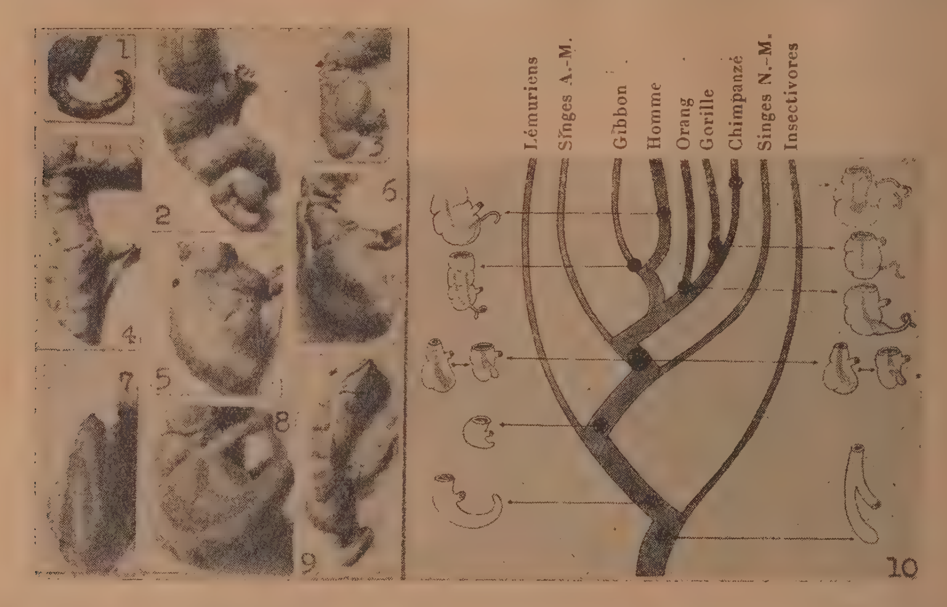


Fig. 1-3. Cæca de Primates inférieurs. — Fig. 1. Cæcum de *Lemur catta*. Pas de bandelettes. — Fig. 2. Cæcum de *Lemur mongoz rufifrons*. Bandelettes très réduites, s'arrêtant *à la limite du cæcum*. — Fig. 3. Cæcum de *Cebus flavus*. Pas de bandelettes. — Fig. 4-6. Cæca de Singes de l'Ancien Monde (*Cercopithecus sabæus* et *Papio cynocephalus*, fig. 5, 6). Bandelettes très puissantes, *prolongées jusqu'au sommet*, où elles fusionnent. — Fig. 7. Cæcum de *Macacus cynomolgus*, contracté. (vue inférieure); *convergence apicale* des bandelettes principales. — Fig. 8. Même organe, vue médio-antérieure; on voit une bandelette principale et la bandelette interne, *exclusivement cæcale* (1/2 ×). — Fig. 9. Cæco-côlon et appendice de Gibbon (*Hylobates lar*) adulte, 90cm de taille. Passage des bandelettes sur l'appendice; appendice long de 9cm, deux fois spiralé, très robuste, cylindrique et rigoureusement apical. *Trois bandelettes*; (1/4 ×). Pièces préparées au Muséum d'Histoire Naturelle. Photographies d'après nature. — Fig. 10. Schéma généalogique des Primates, avec les étapes évolutives de l'appendice, reconstituées d'après les formes organiques présentées par les Primates actuels. Graduation strictement progressive de sa différenciation phylétique.

côlon des Singes (27 spécimens examinés), un fort relief nacré, se prolongent sur les faces du cæcum, et fusionnent [2] à son sommet (*fig.* 4-6).

L'accroissement évolutif des bandelettes — *se rejoignant sous l'apex du cæcum* — apparaît comme un mouvement adaptatif par excellence, qui a créé, sous cet organe lourd et dilaté [3], *un point d'appui* pour leur contraction (*fig.* 6).

Et comme chez *tous* les Primates supérieurs, ces bandelettes se continuent avec la musculature de l'appendice différencié, leur évolution subséquente — *suivant le substratum du futur appendice dans son isolement excentrique et l'entourant d'une coque musculaire puissante* — est donc la seule concevable.

---

(2) C'est *au point même* de cette fusion que se produit le phénomène contractile (3).

(3) *Comptes rendus*, 223, 1946, p. 1183; voir figures 11 et 14.

Dans la définition de l'appendice ([4]), *la notion des bandelettes musculaires est par conséquent inséparable de celle de l'appendice lui-même, dont elles sont les génératrices phylétiques, les composantes anatomiques et la raison même d'être.*

Dans une Note qui date de 1940 ([5]), nous avons conclu que les formes particulières de l'appendice différencié impliquaient une évolution *double* et divergente à partir des Singes, l'une passant par le Gibbon et aboutissant à l'Homme, l'autre suivant la lignée des grands Anthropoïdes (*fig.* 10). Des faits nouveaux viennent apporter une confirmation concrète à cette vue théorique. Nous avons constaté des traits communs supplémentaires chez les genres de ces groupes évolutifs, concernant précisément *les bandelettes musculaires.*

Au bas de l'échelle, les Singes présentent *deux bandelettes* complètes (*fig.* 6-7), et quelquefois une (ou même deux) limitées au cæcum (*fig.* 8). Les grands Anthropoïdes ont conservé *tous* le type primitif, à deux bandelettes (13 cas examinés). Chez l'Orang (3 cas examinés) et chez le Chimpanzé (8 cas), elles ont subi seulement une torsion interne, de 45°, sur leur segment cæcal ([3]).

Or, contrairement aux Anthropoïdes et *à tous les Primates,* le Gibbon possède *trois bandelettes,* comme l'Homme (5 cas examinés). Avec cette différence importante que sa bandelette externe est *encore incomplète,* naissant très haut sur le côlon ascendant. Mais, dans tous les cas, c'est l'ensemble des bandelettes qui se continuent sur l'appendice pour lui former, par leur triple convergence, sa musculature externe, *exactement comme chez l'Homme* (*fig.* 9).

La bandelette externe du Gibbon semble donc d'origine *cæcale,* et développée secondairement. En fait, le Gibbon a une attitude verticale ([3]) et dans sa démarche et dans son repos; la propulsion des matières dans un canal devenu ascendant en permanence ([6]) a nécessité des moyens mécaniques surajoutés.

Cette affinité organique supplémentaire entre les genres des groupes supérieurs des Primates, appuie ainsi *anatomiquement* la thèse de la double évolution, à tracés autonomes, de l'appendice différencié.

([4]) *Comptes rendus*, **224**, 1947, p. 156.

([5]) *Comptes rendus*, **210**, 1940, p. 118.

([6]) La condition *arboricole* de la plupart des Primates, et particulièrement du Gibbon, accentue davantage l'amplitude et la permanence de l'attitude verticale.

En réalité, les simples variations de l'amplitude de l'érection ne suffisent pas pour expliquer *les différences* (variations et écarts) de développement de l'appendice dans les groupes considérés. L'intensité du travail neuro-musculaire que *doit* fournir l'appareil cæcal ([3]), *et dont le développement de ses structures sera le reflet,* dépendra aussi de nombreux autres facteurs, secondaires et complexes, qui ajoutent de nouveaux éléments au problème : *régime alimentaire* (poids et consistance des matières cæcales); *capacité du cæcum* (quantité de matières à propulser); *fréquence des évacuations* et de la mise en jeu de l'appareil cæcal; *longueur du côlon ascendant,* etc. La somme des valeurs de tous ces facteurs combinés peut donner seule la mesure réelle du travail neuro-musculaire auquel l'appareil cæcal doit pourvoir, — et leur variabilité expliquer la plasticité inégale des structures de cet appareil.

OPTIQUE PHYSIOLOGIQUE. — *Sur l'aberration chromatique de l'œil.* Note [1] de M. **Alexandre Ivanoff**, présentée par M. Jean Becquerel.

Au sujet de la comparaison des résultats théoriques et expérimentaux. — Lorsque l'on compare l'aberration chromatique mesurée à l'aberration chromatique calculée, en admettant une certaine valeur de la dispersion pour les divers milieux de l'œil, il faut procéder avec précaution. On calcule, en effet, la « variation chromatique de puissance », $\Delta D = D - D_0$ (D_0 étant la puissance de l'œil théorique pour la raie jaune du sodium, et D sa puissance pour une autre longueur d'onde), alors que l'on mesure le défaut de mise au point, l'« amétropie chromatique », correspondant à une certaine longueur d'onde (l'œil étant supposé emmétrope pour la raie jaune du sodium). On sait que $D = n'/f'$ (n' étant l'indice du corps vitré, et f' la longueur focale de l'œil). D'où $\Delta D = -n'/f'^2 \Delta f' + \Delta n/f'$. Nous allons voir que l'aberration chromatique mesurée correspond au premier terme seulement de cette « variation chromatique de puissance », celui qui mesure la défocalisation.

Appliquons la formule de conjugaison des systèmes centrés à l'œil théorique. Pour la raie jaune du sodium on a

$$\frac{n'_0}{f'_0} = D_0 \qquad (1)$$

(point objet à l'infini, point image au foyer image, sur la rétine). Pour une autre longueur d'onde on a

$$\frac{n'}{l'} = R + D, \qquad (2)$$

l' étant l'abscisse de la rétine par rapport au point principal image, et R la proximité du remotum.

Lorsque la longueur d'onde varie, le point principal image reste fixe à quelques millièmes de millimètre près [2], l' est par conséquent égal à f'_0, et l'équation (2) peut s'écrire

$$\frac{n'}{f_0} = R + D. \qquad (3)$$

Des équations (1) et (3) on déduit immédiatement que

$$-R = D - D_0 - \frac{n' - n'_0}{f_0} = \Delta D - \frac{\Delta n'}{f_0}.$$

C'est cette quantité, et non ΔD, que l'on mesure expérimentalement, lorsque l'on cherche les mises au point correspondant à diverses longueurs d'onde.

---

(1) Séance du 13 janvier 1947.

(2) Voir, par exemple, *Le chromatisme de l'œil*, par le Dr Polack (*Société d'Ophtalmologie de Paris*, 1923, p. 93).

Au sujet de ma Note précédente sur l'aberration chromatique de l'œil [3]. — J'y comparais mes résultats expérimentaux moyens obtenus sur 7 yeux (à savoir $1^d,10$ pour $452^{m\mu},5$, $0^d,47$ pour $514^{m\mu}$, et $-0^d,47$ pour $712^{m\mu}$, par rapport à la raie jaune du sodium), avec ceux calculés par le Dr. Polack et par M. Y. Le Grand, en admettant pour les divers milieux de l'œil une dispersion voisine de celle de l'eau légèrement salée (à savoir $1^d,11$ pour $452^{m\mu},5$, $0^d,51$ pour $514^{m\mu}$, et $0^d,55$ pour $712^{m\mu}$). Les deux termes de cette comparaison sont à corriger.

En améliorant la précision de mes calculs et de mes mesures [4] (ce qui a beaucoup atténué les différences entre les côtés nasal et temporal d'un œil, précédemment signalées par moi), et en étudiant 4 nouveaux yeux, j'arrive finalement aux moyennes suivantes :

$0^d,99$ pour $452^{m\mu},5$
$0^d,45$ pour $514^{m\mu}$
$-0^d,44$ pour $712^{m\mu}$

(avec un écart quadratique moyen de l'ordre de 10 % de la valeur de l'aberration).

D'autre part, ainsi que nous l'avons vu ci-dessus, il faut considérer non pas la *variation chromatique de puissance*, mais uniquement le terme $-(n'/f'^2)\Delta f'$. Ce qui mène, en admettant une dispersion voisine de celle de l'eau légèrement salée, aux chiffres suivants :

$0^d,82$ pour $452,5^{m\mu}$, $0^d,38$ pour $514^{m\mu}$, $-0^d,44$ pour $712^{m\mu}$.

Aberration chromatique d'un œil privé de cristallin. Conclusions. — Il semblerait donc que la dispersion des divers milieux oculaires est effectivement voisine de celle de l'eau légèrement salée, pour les grandes longueurs d'onde, mais plus forte pour les courtes longueurs d'onde.

On est évidemment tenté d'incriminer le cristallin, milieu le plus réfringent de l'œil. Des mesures effectuées sur un œil privé de cristallin m'ont montré l'exactitude de cette hypothèse : l'aberration chromatique d'un œil aphaque est approximativement la même que celle d'un œil normal dans le rouge, et beaucoup plus faible dans le bleu.

Il me semble par conséquent très probable que la dispersion des divers milieux oculaires est voisine de celle de l'eau légèrement salée (facteur de constringence $n_D - 1/n_F - n_C$ voisin de 53; pour l'eau pure : 55,5), sauf en ce qui concerne le cristallin plus dispersif pour les courtes longueurs d'onde (facteur de constringence voisin de 47).

---

(3) *Comptes rendus*, **223**, 1946, pp. 557-558.

(4) Dont on pourra lire le détail dans un article de la *Revue d'Optique* (actuellement sous presse).

BIOLOGIE. — *Le cycle évolutif du nid de Polistes (Hyménoptères-Vespidæ).* Note de M. **Édouard Ph. Deleurance**, présentée par M. Louis Fage.

Le nid de *Polistes*, que son apparente simplicité paraît tout naturellement désigner comme un type d'architecture primitif, est en réalité un édifice étroitement spécialisé. La connaissance de son histoire nous le montre. Elle nous permet également d'écarter toute filiation entre les architectures du type *Polistes* et du type *Vespa*.

La construction du nid de *Polistes* comprend deux périodes successives. Dans la première, l'activité constructrice se manifeste par la création de nombreuses nouvelles cellules qui se juxtaposent aux cellules préexistantes, c'est la *phase de juxtaposition*. Dans la seconde, au contraire, la principale activité consiste à exhausser les parois alvéolaires, c'est la *phase de surélévation*.

a. La phase de juxtaposition. — Nous l'étudierons chez *P. omissus* Weyrauch, espèce sur laquelle j'ai pu observer, à Marseille, le phénomène avec une grande netteté. A la fin du printemps, grâce au travail conjugué des ouvrières de la première génération, le nid s'accroît rapidement. Cet accroissement est caractérisé par la construction, dans un même plan, de nombreuses cellules périphériques *juxtaposées* aux cellules préexistantes. Les ouvrières qui naissent ultérieurement poursuivent la même tâche. Le nid devient peu à peu un gâteau régulier, à surface plane, de texture homogène, peu épais et composé de nombreux alvéoles. Pendant toute cette période, l'accroissement du nid s'effectue dans un plan *perpendiculaire* au pédicelle et va de paire avec la multiplication numérique des individus.

Il me paraît légitime d'homologuer cette phase à celle, qui, chez *Vespa*, aboutit à la constitution d'une forte population d'ouvrières. C'est essentiellement une phase de multiplication. A cet égard le gâteau de *Polistes* est l'équivalent d'un rayon du guêpier.

b. La phase de surélévation. — Mais à partir de cet instant, l'évolution du nid s'engage dans une voie différente. Bientôt, en effet, les *Polistes* ralentissent la construction des cellules nouvelles, qui d'ailleurs donneront généralement un couvain abortif. Par contre, ils concentrent leur effort sur la *surélévation* des alvéoles préexistants. Cette surélévation s'effectue en tache d'huile à partir d'un, de deux, ou même de trois massifs cellulaires. De plus l'observation montre qu'il ne s'agit pas d'un simple exhaussement des parois alvéolaires mais aussi d'une augmentation en largeur de la cellule. Chez *P. bimaculatus* Fourcroy, par exemple, le diamètre de la section droite accusé une augmentation de près d'un millimètre. Donc le volume alvéolaire croît. Cette surélévation avec élargissement de l'alvéole rend compte, d'une part de l'épaississement, dans des plans *parallèles* au plan du pédicelle, et d'autre part de l'épanouissement *en capitule*, si caractéristiques du nid à ce stade. Il est facile de comprendre, en

effet, que la superposition aux cellules préexistantes d'alvéoles plus larges provoquera, du centre vers la périphérie, une inclinaison croissante et divergente de leur axe (¹). On doit noter la texture hétérogène, légère, des matériaux ajoutés qui constraste avec celle des anciennes cellules.

Le comportement passe à cette époque par une phase délicate; son trouble se manifeste parfois, par un foisonnement d'amorces cellulaires aberrantes à la face supérieure du nid, jusque vers le pédicelle. Ceci, notamment, dans les colonies orphelines.

De ces grandes cellules naîtront les mâles et les femelles futures fondatrices. On est donc en droit de les assimiler aux cellules royales de *Vespa*.

Ainsi apparaît la différence fondamentale qui existe entre les architectures de ces deux genres. Tandis que chez *Vespa* la création des grandes cellules royales s'effectue par juxtaposition d'alvéoles nouveaux à la périphérie, selon le processus classique indiqué au premier paragraphe, chez *Polistes* il y a en quelque sorte *superposition* de ces grandes alvéoles aux cellules préexistantes. On peut difficilement, de ce fait, considérer le nid de *Vespa* comme dérivé de celui de *Polistes*. On doit au contraire considérer ces deux architectures comme les produits d'une évolution parallèle en rapport avec la biologie propre à chacun de ces deux genres.

La phase *b* présente un intérêt particulier. Nous assistons là en effet à une modification importante, à une *réorganisation* d'un comportement. Étant plus qu'une simple sommation d'activités, le comportement demande un réajustement, une révision des données. Il réalise l'harmonieuse transformation d'un système de construction dans un autre. Et la Guêpe ne triomphe de cette révolution architecturale qu'au prix d'erreurs multiples et d'une construction souvent imparfaite.

Les cellules royales présentent un autre intérêt. La surélévation avec élargissement alvéolaire s'étend généralement à la totalité du nid. Elle affecte des cellules pourvues d'œufs, de larves à des âges divers, et même des cellules vides. Les nouveaux alvéoles bâtis à la périphérie à cette époque sont, eux aussi, du type royal. Quel est donc le déterminisme de leur apparition? Et plus généralement encore, où réside la régulation qui harmonise la capacité alvéolaire avec la taille de la larve? L'étude des cellules royales de *Polistes* apportera sans doute des indications précises à ce sujet. Pour le moment, nous devons nous contenter de constater ce comportement. Précisons toutefois que certaines larves, littéralement enfouies du fait de cette surélévation, se trouvent hors d'atteinte des ouvrières et périssent d'inanition. Que par contre un œuf déposé le long de la paroi alvéolaire à une grande distance à partir du fond, donne une

(¹) Ce phénomène ne doit pas être confondu avec une divergence centrifuge similaire que l'on rencontre pendant la phase *a* et qui s'observe également dans les rayons de *Vespa*. L'origine de cette particularité tient à des causes différentes.

larve, qui, à maturité, provoque une surélévation accélérée des parois cellulaires. Ce réajustement compense la perturbation de l'équilibre alvéo-larvaire que la position de l'œuf avait initialement apportée.

Notons enfin pour terminer que la grande diversité qui s'observe dans la taille des nids de *Polistes* que l'on rencontre à l'automne, dans la nature, provient de l'existence des phases *a* et *b* précitées. La phase *a* (multiplicatrice), en cas d'éclosions tardives d'ouvrières, peut être très limitée. Ce retard n'est pas compensé et les Guêpes passent aussitôt à la phase *b*. Même avec une riche population, la multiplication alvéolaire reste limitée.

BIOLOGIE EXPÉRIMENTALE. — *Recherche du glycogène dans les tissus de régénération chez les Batraciens*. Note (¹) de M. **Maurice Lecamp**, présentée par M. Maurice Caullery.

Dans les régénérats de membres chez l'Axolotl, Okuneff (²) et Wladimirova (³) ont montré que le taux d'acide lactique, très augmenté dans le tissu de régénération par rapport au tissu normal, était en corrélation avec les différents stades de la régénération. Il y a une glycolyse lactique provenant de glucides présents dans les tissus du régénérat. Le glycogène y pourrait jouer un rôle. Nous l'avons recherché dans les régénérations des membres de *Triton cristatus* amputés au milieu de leur longueur et dans celles d'ébauches de membre chez les têtards d'*Alytes obstetricans* après ablation totale. Nous avons utilisé diverses méthodes histochimiques : fixations, de Pasteels, Bouin-Allen, alcool picrique; colorations, à l'iode, de Best, de Bauer. Les régénérats étudiés ont été accompagnés, dans les diverses manipulations, par des fragments de foie servant de témoins. Nous avons fait cette recherche à différents stades de la régénération, depuis le début du processus jusqu'à la formation d'un bourgeon en forme de cône.

Chez le Triton, la mise en évidence du glycogène a toujours été négative dans les régénérats. La régénération de la partie amputée de membre est conditionnée par celle conservée du moignon et, indépendamment des tissus de régénération eux-mêmes, nous avons aussi étudié les tissus anciens adjacents au régénérat, en particulier le tissu musculaire. Les parties de muscles immédiatement en contact avec le régénérat sont l'objet de transformations importantes, le glycogène y est aussi absent. Celles à la suite, plus proximales, non atteintes par la régénération, présentent au contraire, la réaction positive normale du glycogène. Nous pensons que la disparition du glycogène dans la région de transformation des muscles directement en rapport avec le régénérat est en

---

(¹) Séance du 13 janvier 1947.

(²) *Bioch. Zeitschr.*, 257, 1933, p. 242.

(³) *Trav. Lab. Zool. exp. Acad. Sc. U. R. S. S.*, 4, 1935, p. 131.

relation, au moins pour une part importante, avec la glycolyse lactique mise en évidence dans le régénérat.

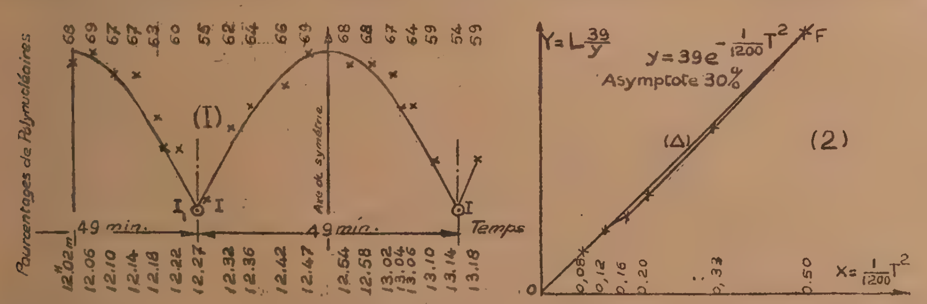
Chez le Têtard d'Alyte, il s'agit de la régénération de l'ébauche du membre qui, indépendamment de la cicatrisation épidermique, se reconstitue d'abord par une accumulation, *in situ*, d'éléments cellulaires mésenchymateux. Ceux-ci, dans la suite, se multiplient et s'organisent en un nouveau bourgeon. A aucun des différents stades de la régénération nous n'avons observé la présence de glycogène, ni dans les régénérats, ni dans les tissus voisins leur servant de bases.

Si, dans le type de régénération observé chez le Triton, le glycogène des tissus musculaires jouant un rôle dans la formation des régénérats nous semble pouvoir être une source d'énergie pour ces régénérats, il n'apparaît pas indispensable à toute morphogénèse, comme l'indiquerait son absence totale chez le Têtard d'Alyte.

BIOMÉTRIE LEUCOCYTAIRE. — *Sur l'existence des rythmes leucocytaires et leurs significations cliniques.* Note (1) de M. ÉMILE PINEL, présentée par M. Hyacinthe Vincent.

En effectuant, toutes les 1 à 10 minutes au plus, à l'aide d'un hémo-étaleur, qui élimine totalement l'intervention personnelle de l'opérateur, des étalements *comparables* de sang périphérique, chez le sujet sain et dans les cas pathologiques, on relève les faits suivants :

A. LES RYTHMES LEUCOCYTAIRES. — *a. Cas d'une cause leucogénétique permanente.* — 1° Le pourcentage de polynucléaires, dans la formule leucocytaire simplifiée, qui reste constant dans le temps et sur la périphérie de l'organisme du sujet sain, varie, dans les cas pathologiques, de la manière qui nous est révélée par le graphique 1 ci-après, où l'on a porté les temps en abscisses et les



pourcentages de polynucléaires en ordonnées. 2° La portion de courbe C a pour équation

$$y = 39\,e^{-\frac{1}{1200}T^2} \qquad (1)$$

(où $e = 2,718$, T représente le temps, compté à partir de l'axe de symétrie,

(1) Séance du 23 décembre 1946.

y la partie du pourcentage de polynucléaires qui est en excès par rapport au niveau de la droite, convenablement choisie, d'équation $y = 30$). En effet, comme le montre le graphique 2, résultant de l'utilisation du procédé bien connu de la substitution logarithmique, si la courbe représentée par l'équation (1) ne coïncidait pas avec C, les points expérimentaux s'écarteraient très nettement de la droite théorique Δ, en raison de la dilatation d'échelle provoquée par cette substitution, ce qui n'a pas lieu. 3° L'équation (1) représente, comme on le sait, une courbe en cloche de Gauss. Or, il se trouve que les points d'inflexion théoriques sont confondus en F avec les points I. Les courbes successives sont disposées de telle manière que les points d'inflexion, tels que I_1 et I, sont confondus, ou sur la même parallèle aux ordonnées si les sommets des deux courbes C et C_1 ne sont pas au même niveau. 4° Au cours du temps, l'écart E séparant les points I, qui est compris entre 22 minutes minima et 1 h. 20 min., reste constant dans une période de quelques heures à 2 jours dans les cas extrêmement aigus, relativement rares, mais généralement de 8 à 15 jours, comme le montre le tableau ci-après.

Sujet. — Mme J..., 24 ans. Début de tuberculose pulmonaire.

Dates.	Rythmes en minutes.	Heures d'amorce des courbes. Théoriques (a).	Expérimentales.
10-6-45	42•	10.45•	10.45•
11 »	44	9.51	9.50
13 »	42	12.15	12.12
15 »	43	10.27	10.20
18 »	42	11.57	11.57
20 »	43	10.09	10.10
22 »	36•	9.28•	9.28•
23 »	36	8.52	8.52
25 »	35	13.04	13.00
27 »	35	11.52	11.53
30 »	36	10.04	10.04

(a) tenant compte des processus cycliques et à partir des instants affectés d'un point.

b. Cas de deux causes leucogénétiques permanentes. — La portion de courbe C fait place à un ensemble de deux portions de courbes C_1 et C_2, limitées, comme elle, à leurs points d'inflexion (tableau ci-après). Il suit de là qu'il existe des rythmes leucocytaires dans les cas pathologiques et que les

Sujet. — Mme P..., 32 ans. Tuberculose osseuse C_1 et colibacillose C_2.

	Rythmes (en min.).		Heures d'amorce des courbes. Théoriques.		Expérimentales.		
Dates.	C_1.	C_2.	C_1.	C_2.	C_1.	C_2.	Asymptote.
11-11-45	63•	40•	10.00•	11.03•	10.00•	11.03•	Commune
14	64	40	10.06	11.09	10.02	11.08	»
20	64	40	10.18	11.21	10.20	11.24	»
2-12	60•	32•	9.40•	10.40•	9.40•	10.40•	»
3	60	30	10.12	11.12	10.12	11.12	»
9	60	30	13.24	14.24	13.23	14.23	»

évolutions des pourcentages de polynucléaires sont représentables graphiquement par des suites discontinues d'ensembles de portions de courbes en cloche de Gauss limitées à leurs points d'inflexion; le nombre de courbes de chaque ensemble étant égal au nombre de causes leucogénétiques. Enfin, les niveaux des asymptotes varient dans le même sens que les rythmes correspondants. Le sommet de la courbe se confond définitivement avec l'asymptote lorsque son niveau est égal à la normale réelle du sujet sain. Ainsi, le niveau de l'asymptote représente la normale actuelle du malade, et il y a polynucléose lorsqu'une partie du pourcentage de polynucléaires est en excès par rapport à la normale actuelle.

B. Significations cliniques. — Dans les cas aigus, le rythme est inférieur à 30 minutes et la normale actuelle au-dessous de 40 %. Dans les cas chroniques, le premier dépasse 40 minutes et la seconde est souvent au-dessus de 50 %. Si le rythme s'allonge et la normale actuelle s'élève, la maladie rétrograde; elle s'aggrave dans le cas contraire. Si le rythme s'allonge et la normale actuelle reste fixe (*voir* graphique), l'amélioration constatée cliniquement n'est que passagère. La disparition d'une courbe dans un ensemble coïncide avec celle de la cause leucogénétique correspondante; l'apparition d'une nouvelle courbe coïncide toujours avec celle d'une nouvelle cause leucogénétique et même permet de la prévoir. La maladie disparaît lorsque la normale actuelle est confondue avec la normale réelle. Nous avons observé ces propriétés dans 2252 cas pathologiques.

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Dosage de la monoiodotyrosine (3-iodotyrosine). Application aux protéines iodées.* Note [1] de MM. **Jean Roche**, **Raymond Michel** et Mlle **Marcelle Lafon**, présentée par M. Maurice Javillier.

Les protéines artificiellement iodées renferment de la monoiodotyrosine en même temps que de la diiodotyrosine et de la thyroxine [V. Ludwig et P. von Mutzenbecker [2], R. Herriott [3]]; mais les étapes successives de la genèse de la thyroxine à partir de la tyrosine dans les protéines iodées (Harington) n'a pas pu être étudiée avec précision, car aucune méthode ne permettait jusqu'ici de doser la monoiodotyrosine. Le but de cette Note est d'en proposer une.

La 3-monoiodotyrosine donne, comme la tyrosine, la réaction des phénols dite de Millon (coloration rouge en présence de sulfate mercurique et d'acide nitreux), négative avec la diiodotyrosine et la thyroxine [C. R. Harington et R. V. Pitt Rivers [4]]. Nous avons établi que le dosage de la

(1) Séance du 13 janvier 1947.

(2) *Zeits. f. physiol. Chem.*, **258**, 1939, p. 195.

(3) *J. of. gen. Physiol.*, **25**, 1941, p. 185.

(4) *Biochem. J.*, **38**, 1944, p. 320.

tyrosine basé par J. W. Lugg ([5]) sur cette réaction peut être appliqué à celui de $0^{mg},5$ à $2^{mg},50$ de 3-iodo-*l*-tyrosine pure, en se référant à une courbe d'étalonnage déterminée sur des solutions de ce produit ([6]). Toutefois, la coloration obtenue n'est pas identique en présence de la tyrosine et de son dérivé iodé; elle est rouge orangé avec la première, rouge carmin avec le second et, par ailleurs, son intensité est nettement plus grande dans le cas de la tyrosine. L'étude spectrophotométrique de la réaction de Millon, dans les solutions des deux corps purs et de leur mélange, a permis de réaliser le dosage de la monoiodotyrosine en présence de tyrosine.

Principe de la méthode. — Après avoir opéré la réaction de Millon sur une solution renfermant les deux produits (technique de Lugg), on détermine au photomètre de Pulfrich le coefficient d'extinction du mélange dans les deux régions spectrales où l'intensité de l'absorption propre à chacun des constituants est la plus élevée. Les positions approchées du maximum de celle-ci étant respectivement 5200 Å pour la monoiodotyrosine et 4800 Å pour la tyrosine, on procède à deux mesures successives en lumière filtrée par les écrans S_{53} et S_{47}, sélectifs au voisinage de ces deux longueurs d'onde. Soient M et m les valeurs du coefficient d'extinction d'un mélange inconnu obtenues sous une épaisseur donnée (2^{cm}), T et t d'une part, I et i d'autre part, celles déterminées sur des quantités C connues, isomoléculaires, de tyrosine et de monoiodotyrosine. Les quantités x de monoiodotyrosine et y de tyrosine présentes dans le mélange peuvent être calculées à partir des équations

$$(1)\quad M = \frac{I}{C}x + \frac{T}{C}y \quad \text{et} \quad (2)\quad m = \frac{i}{C}x + \frac{t}{C}y.$$

En effet, l'intensité de la réaction colorée suivant la loi de Beer-Lambert entre des concentrations 0,15 à $0,90.10^{-2}$ millimoléculaires de monoiodotyrosine et 0,12 à $0,60.10^{-2}$ millimoléculaires de tyrosine, I/C, i/C, T/C, et t/C, représentent les coefficicients angulaires des courbes d'étalonnage (courbes des coefficients d'extinction en fonction des concentrations 10^{-2} millimoléculaires) établies sur les solutions des corps purs en lumière filtrée par les écrans S_{53} et S_{47}. L'introduction des valeurs expérimentales d'I/C, i/C, T/C et t/C dans les équations précédentes permet de calculer x et y connaissant M et m, soit :

$$x = \frac{2,10\,M - 1,84\,m}{0,97}\ 3^{mg},07 \text{ de monoiodotyrosine,}$$

et

$$y = \frac{1,25\,m - 0,90\,M}{0,97}\ 1^{mg},81 \text{ de tyrosine.}$$

([5]) *Biochem. J.*, 31, 1937, p. 1422, et *Ibid.*, 32, 1938, p. 755.

([6]) Nous remercions vivement le Professeur Harington d'avoir mis à notre disposition la 3-iodo-*l*-tyrosine de synthèse utilisée pour nos recherches.

Le dosage est exact à 5 % près dans des mélanges dont les prises d'essai renferment de 0,25 à 1mg,00 de tyrosine et de 0,50 à 2mg,00 de monoiodotyrosine. Nous l'avons appliqué aux protéines iodées après nous être assurés que le dérivé monoiodé est, comme la tyrosine, libéré sans décomposition au cours de l'hydrolyse alcaline et que ni les autres acides aminés, iodés ou non, ni leurs produits de dégradation n'interfèrent dans le dosage.

Mode opératoire. — 100 à 500mg de protéine iodée sont additionnés de NaOH 5N (2cm³ pour 100mg) et chauffés 8 heures à 125° (bain d'huile) sous réfrigérant à reflux. Après refroidissement, on transvase dans un ballon jaugé de 10 à 25cm³ et l'on ajoute SO_4H_2 5N en quantité suffisante pour réaliser une acidité 0,7 N. On prélève une prise d'essai de 5cm³ au maximum dans un tube à centrifuger (en complétant au besoin à 5cm³ par SO_4H_2 0,7N) et l'on ajoute 5cm³ de réactif mercurique (75g SO_4Hg, 55g $HgCl_2$, 70g SO_4Na_2, 150g SO_4H_2 et H_2O, q. s. pour 1000cm³). Après séjour de 30 minutes à 65° et d'une heure à 20°, on centrifuge le précipité renfermant le tryptophane, corps donnant une réaction colorée voisine de celle de Millon. Le liquide surnageant est transvasé dans un ballon jaugé de 25cm³, réuni aux eaux de lavage du précipité traité par 10cm³ de réactif mercurique dilué au demi avec SO_4H_2 N, et complété à 25cm³ par cette même solution. On ajoute ensuite 0cm³,5 de nitrite de sodium à 6,9 %, ce qui provoque le développement de la réaction de Millon. On agite, on centrifuge, puis, de cinq à quinze minutes après le mélange des réactifs, on mesure au photomètre de Pulfrich (cuve de 2cm d'épaisseur) l'intensité de la coloration dans les deux régions du spectre délimitées par les écrans S_{53} et S_{47}. Les valeurs de M et de m ainsi obtenues permettent de calculer les quantités x de monoiodotyrosine et y de tyrosine présentes, grâce aux formules indiquées plus haut. Les résultats (moyennes de dosages faits en double sur deux hydrolysats d'une même préparation) comportent une erreur relative maxima de 7 %.

La méthode que nous proposons n'est pas directement applicable à la thyroglobuline en raison de la faible teneur de celle-ci en dérivés iodés. Elle permet, par contre, de suivre les transformations successives de la tyrosine en monoiodotyrosine et en diiodotyrosine au cours de l'ioduration des protéines par voie chimique, processus dont nous décrirons prochainement l'évolution.

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Action du cétène sur les groupements thiols protéiques.* Note (1) de M. **Pierre Desnuelle** et Mlle **Mireille Rovery**, présentée par M. Maurice Javillier.

L'on a maintes fois tenté d'établir un lien entre la structure chimique et l'activité physiologique de certaines protéines en les acétylant progressivement

(1) Séance du 13 janvier 1947.

à pH 5,5 par le cétène ([2]). Mais, dans ces travaux, on semble admettre de façon plus ou moins implicite que l'acétylation porte exclusivement sur les groupes $—NH_2$ et —OH phénoliques libres. Le cétène, pourtant, attaque la glyoxaline dans l'éther et acétyle rapidement au soufre la cystéine et l'acide α-thiolpropionique en solution aqueuse alcaline ([3]). Il convient alors de se demander comment se comportent, au cours des expériences précédentes, les noyaux imidazol et les groupes —SH apportés aux protéines, respectivement, par l'histidine et la cystéine.

En ce qui concerne tout d'abord les noyaux imidazol, nous avons pu montrer récemment ([4]) que le cétène brise lentement celui de l'histidine mais qu'il n'agit pas sur ceux des protéines. Quant aux groupes —SH protéiques, leur comportement vis-à-vis du cétène a été étudié par H. Fraenkel-Conrat dans le cas particulier de l'albumine d'œuf native ([5]). Cet auteur décrit une acétylation lente atteignant 24 % après 45 minutes. Mais il ne faut pas oublier que ces groupes se trouvent dans l'albumine native sous une forme *non-réactive* et il nous a paru intéressant de reprendre cette expérience et de l'étendre à des groupes —SH *réactifs*.

Dans une première série d'expériences, le cétène ([6]) passe (2 bulles par seconde) à travers une solution d'albumine cristallisée maintenue à 0° et tamponnée à pH 5,6. Au bout d'un quart d'heure, la protéine commence à précipiter et devient presque entièrement insoluble en 45 min. Après des temps d'acétylation variables, on sépare les fractions soluble et insoluble, puis on détermine leur teneur en groupes —SH, par le ferricyanure de K et le dodécylsulfate de Na ([7]). Les fractions solubles sont au préalable dialysées pendant 48 h. (I) et les fractions insolubles lavées soigneusement et dispersées sous azote dans le détergent (II). Dans une seconde série, le cétène barbote quelques minutes dans l'albumine dénaturée et maintenue en solution par le dodécylsulfate de Na. La protéine est ensuite précipitée par addition d'une trace d'acétate de Na, lavée et dispersée de nouveau dans le détergent (III). Nous avons alors observé que, pendant le traitement, la teneur en groupes —SH des fractions (I) reste rigoureusement égale à celle de la protéine initiale. Par contre, toutes les fractions (II) et les protéines (III) sont totalement dépourvues de groupes — SH. Ces derniers ont bien été acétylés car ils réapparaissent en grande partie quand on maintient, à 0° et pendant 5 min., les divers échantillons dans la soude 2 N.

([2]) Pour la bibliographie, voir P. Desnuelle et C. T. Chang, *Ann. Inst. Pasteur*, 71, 1945, p. 1.

([3]) A. Neuberger, *Biochem. Journ.*, 32, 1938, p. 1452.

([4]) *Biochem. et Biophys. Acta*, 1947 (sous presse).

([5]) *Journ. Biol. Chem.*, **152**, 1944, p. 385.

([6]) R. M. Herriott, *Journ. Gen. Physiol.*, **18**, 1935, p. 69.

([7]) A. E. Mirsky, *Journ. Gen. Physiol.*, **24**, 1941, p. 709.

Ces résultats expérimentaux appellent les quelques commentaires, suivants :

1° Le cétène acétyle rapidement les — SH protéiques *réactifs* de l'albumine en solution dans le dodécylsulfate. Cette acétylation, plus rapide que celle des groupes aminés, semble susceptible d'être appliquée de façon intéressante aux protéines du type uréase-myosine, possédant des — SH *réactifs* avant dénaturation.

2° Contrairement aux assertions de M. Fraenkel-Conrat, nous n'avons jamais observé la moindre acétylation au soufre des fractions protéiques solubles.

3° Il paraît alors probable que l'albumine, perdant peu à peu sa solubilité par suite du blocage de ses groupements polaires, précipite à l'état dénaturé et que ses groupes — SH s'acétylent à ce moment. Dans cette hypothèse, les groupes — SH de la protéine native présenteraient vis-à-vis du cétène une inertie complète.

4° Mais nos résultats ne nous permettent pas à l'heure actuelle d'exclure complètement une deuxième hypothèse selon laquelle la précipitation de la protéine native serait *provoquée* par l'acétylation lente de ses groupes — SH.

CHIMIE PHYSIOLOGIQUE. — *Vicariance de la vitamine* B_1 *par la xanthoptérine et l'acide folique chez le Pigeon.* Note [1] de MM. **René-Guy Busnel**, **Paul Chauchard**, Mme **Henriette Mazoué** et M. **Michel Polonovski**, présentée par M. Paul Portier.

Nous avons antérieurement démontré l'homotélie de certaines ptérines et des vitamines B_1 et B_2 chez le Rat et chez le Pigeon [2].

Ces résultats semblaient assez surprenants, aussi avons-nous cru nécessaire de les compléter par l'étude de l'action de deux autres substances ptéridiniques : la xanthoptérine et l'acide folique, que nous avons expérimentées sur le Pigeon en avitaminose B_1.

Nous avons soumis 3 lots de Pigeons au régime d'avitaminose de Randoin et Lecoq. Au 16e jour, les premières crises de polynévrite se manifestèrent. Les animaux avaient diminué de poids de 20 % en moyenne, la température était abaissée de 2° environ, et les chronaxies amenées à 15-17 mγ F.

A partir du 17e jour de l'expérience, un lot de 5 Pigeons reçoit par voie buccale 30 γ de xanthoptérine, *pro die*; le second lot de 5 Pigeons reçoit 50 γ d'acide folique; le troisième lot restant au seul régime de base, servant de témoin négatif. Ces derniers pigeons moururent après avoir perdu 73g, en moyenne, le 22e jour de l'expérience, avec une température abaissée à 39° C.

a. Les poids des pigeons ayant reçu la xanthoptérine se stabilisent, puis

---

(1) Séance du 13 janvier 1947.

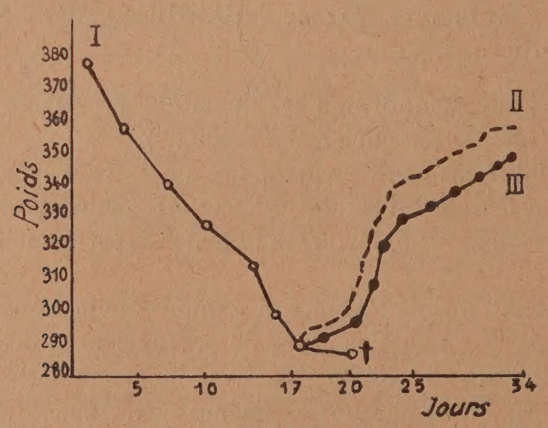
(2) *C. R. Soc. Biol.*, **140**, 1945, p. 50.

remontent progressivement; leur température atteint 40° C., et les chronaxies redeviennent normales dans les 48 heures qui suivent la première ingestion. Cependant, un Pigeon de ce lot mourut dans les 24 heures, ce qui définit le degré de carence auquel était soumis ces animaux. Pour les autres, la courbe de poids accuse une ascension rapide, et rejoint, dès le 6e jour, un poids qui ne s'éloigne plus beaucoup de sa valeur initiale. Au 37e jour de l'expérience, soit 19 jours après le début de l'ingestion de la ptérine, les gains de poids furent respectivement : 32, 56, 58, 44 grammes. Lorsque les animaux ont été sacrifiés en fin d'expérience, les glycémies se sont révélées normales.

b. Les Pigeons du 2e lot, qui reçurent 50γ d'acide folique par jour, manifestèrent un comportement analogue à ceux du lot précédent; les températures et les chronaxies redeviennent rapidement normales, et les courbes de poids témoignent d'une ascension rapide, même dans le cas d'un des Pigeons de ce lot, chez lequel une forte crise de polynévrite, survenue le lendemain de la première ingestion, fut aisément surmontée sans modifier l'allure générale du rétablissement (poids, température, chronaxie de l'animal).

Ici encore, la glycémie de ces Pigeons était redevenue normale lorsque nous les avons sacrifiés en fin d'expérience.

Les courbes ci-dessous résument l'ensemble des résultats pondéraux, chaque courbe correspond à la moyenne des 5 pigeons en expérience.



I, courbe de poids de Pigeons carencés en BI; II, + 50 γ d'acide folique; III, + 30 γ de xanthoptérine.

Conclusions. — La xanthoptérine et l'acide folique ont une action curative des troubles polynévritiques de l'avitaminose B_1 du Pigeon. L'un comme l'autre, ils ramènent à la normale l'accroissement pondéral, la température, les chronaxies et la glycémie

Ces deux dérivés ptéridiniques ont donc chez le Pigeon une action vicariante de la vitamine B_1, comme les diverses ptérines que nous avions antérieurement étudiées.

HYDROBIOLOGIE. — *La membrane biologique des filtres à sable submergé. Membrane d'hiver et cycle évolutif.* Note [1] de M. **Jacques Wautier**, présentée par M. Maurice Caullery.

Aux descriptions déjà données [2] d'une membrane de printemps, d'une membrane d'été et d'une membrane d'automne, il me reste à ajouter celle d'une membrane d'hiver.

Cette membrane biologique a été recueillie à Ivry-sur-Seine dans le filtre n° 33, le 31 janvier 1945, après 29 jours de fonctionnement.

Elle se présentait sous l'aspect d'une pellicule brune, de cohérence faible et d'une épaisseur moyenne de 1^{mm},5. A la différence des membranes de printemps, d'été et d'automne, elle ne comportait pas de zone superficielle. La zone profonde, seule représentée, était constituée par les espèces suivantes :

		%
Chlorococcales,	*Chlorella* B. species	1
Volvocales,	*Gonium pectorale* Müller	0,2
	Pandorina morum Bory	0,2
Bacillariales,	*Nitzschia linearis* W. Smith	33,8
	Synedra acus Kütz	21
	Synedra ulna Ehr	10,6
	Synedra pulchella Ehr	9,4
	Meridion circulare Ag	7,6
	Melosira varians Ag	6,6
	Nitzschia vermicularis (Künz) Grun	5,2
	Gomphonema constricta Ehr	2,6
	Amphora ovalis Kütz	1,8

La faune était représentée, pour 20 *Melosira varians*, par :

Flagellés,	*Bodo* Ehr. species	5
	Cercobodo Krass species	4
Ciliés,	*Stylonichia mytilus* Ehr	5
	Euplotes patella Ehr	3
	Dileptus anser O. F. Müller	1
Ostracodes,	*Cypris* O. F. Müller species	1
Cladocères,	*Chydorus sphæricus* O. F. Müller	3

De la comparaison des échantillons prélevés aux diverses saisons [3] se dégage la constatation suivante :

Pour une saison déterminée la membrane possède une structure bien définie et présente un peuplement caractéristique.

1° *Caractères de structure.* — En été, la membrane adulte se compose de deux couches : une zone superficielle de texture lâche, en réseau, ne possédant que

(1) Séance du 23 décembre 1946.

(2) *Comptes rendus*, 222, 1946, p. 113.

(3) Les quatre membranes décrites ont été choisies, dans toute la série des prélèvements, comme particulièrement représentatives des quatre saisons.

des attaches fragiles avec le substrat; une zone profonde de texture serrée, cohérente, d'une épaisseur beaucoup plus faible (3 à 5^{mm}), en rapport étroit avec le sable sous-jacent et composée essentiellement d'un dépôt organominéral voisin des vases et d'une population extrêmement dense.

En hiver la membrane comporte seulement une zone profonde, moins développée qu'en été (1 à 2^{mm}) et moins cohérente.

Le printemps et l'automne se présentent comme des périodes de transition entre ces deux aspects fondamentaux. Durant la première, la membrane se transforme pour passer de la structure hiver à la structure été : il y a accroissement de la zone profonde, apparition puis développement de la zone superficielle. Durant la seconde, c'est la transformation inverse qui s'effectue : il y a régression de la zone profonde, décroissance puis disparition de la zone superficielle.

2° *Caractères de peuplement.* — Ces changements de structure sont sous la dépendance directe de modifications de peuplement.

La membrane d'été est presque exclusivement composée de Chlorophycées (genres dominants : *Hydrodictyon*, *Chlorella*, *Scenedesmus*, *Pediastrum*).

La membrane d'hiver est caractérisée par la prédominance des Diatomées (genres principaux : *Nitzschia*, *Synedra*).

L'apparition de la zone superficielle au printemps est corrélative du développement de deux Diatomées en ruban : *Melosira varians* et *Fragilaria capucina*.

La période automnale est marquée essentiellement par la prolifération d'une autre Diatomée : *Amphora ovalis* et une poussée de Cyanophycées (*Oscillatoria*, *Chroococcus*).

La population animale n'est pas sujette à une évolution aussi régulièrement dessinée.

La membrane biologique parcourant ainsi un cycle évolutif assez régulier pour une même installation, avec une structure et un peuplement périodiques définis, il est commode de la caractériser à tout moment par ces éléments. J'utilise à cet effet le terme de *faciès*. Les faits précédents amènent à considérer deux faciès fondamentaux, le faciès hiver et le faciès été et deux faciès de transition, le faciès printemps et le faciès automne. Il faut noter, d'ailleurs, que la période, pendant laquelle les caractères de structure et de peuplement correspondant à un faciès donné se trouvent réalisés, ne coïncide pas obligatoirement avec la saison. Deux filtres voisins peuvent présenter deux faciès différents, à l'époque des changements de saison, s'ils ont été nettoyés à des époques différentes.

A 15^h30^m l'Académie se forme en Comité secret.

La séance est levée à 16^h45^m. L. B.